

Problem: Von einem 2D- System „Z“ ist das optimale System „Z““ bekannt.

Ziel: Es ist zu prüfen, wieviel „%“ das reale System „Z“ dem optimalen „Z““ entspricht.

Strategie: Die Flächen sollen als Vergleichsgrößen dienen.

Modell:

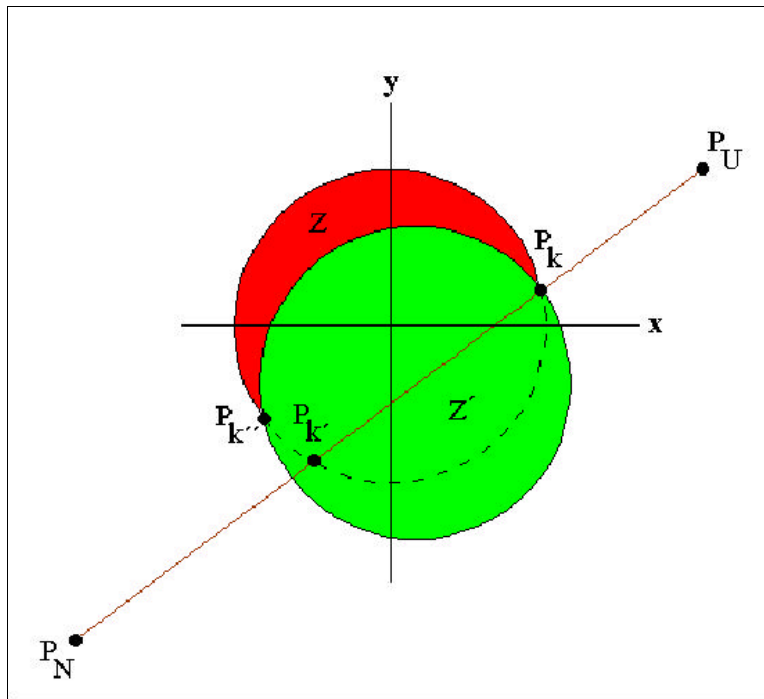


Abb.1: Das Beispielproblem.

Lösung: Der Schnittpunkt „P_k“ ist berechenbar über:

$$\sqrt{1-x^2} = \sqrt{1-(x-0,173)^2} + 0,37$$

⇒

$$x_1 = -0,8 \rightarrow y_1 = -0,6$$

⇒

$$P_{k'}(-0,8; -0,6)$$

⇒

$$b = \|P_k; P_{k'}\|_2 = 1,958 < 2r$$

Daher:

$$r = \frac{1}{8} \frac{4a^2 + b^2}{a}$$

⇒

$$a_1 = 0,8$$

$$a_2 = 1,2$$

Durch die Drehung des Koordinatensystems ergeben sich neue Kreisfunktionen:

$$x_m = \frac{1}{2}b = 0,98$$

Sowie:

$$y_m = a - r$$

⇒

$$y_{m,1} = -0,2$$

$$y_{m,2} = +0,2$$

⇒

$$y_Z = \sqrt{1 - (x - 0,98)^2} + 0,2$$

$$y_{Z'} = \sqrt{1 - (x - 0,98)^2} - 0,2$$

⇒

$$A_Z \approx \int_0^b \left(\sqrt{1 - (x - 0,98)^2} + 0,2 \right) dx = 1,957$$

$$A_{Z'} \approx \int_0^b \left(\sqrt{1 - (x - 0,98)^2} - 0,2 \right) dx = 1,173$$

⇒

$$\Delta(Z) = \frac{A_{Z'}}{A_Z} 100\% = \frac{1,173}{1,957} 100\%$$

⇒

$$\boxed{\Delta(Z) = 60\%}$$

Ergebnis: Das reale System „Z“ entspricht nur zu 60% dem optimalen „Z““.

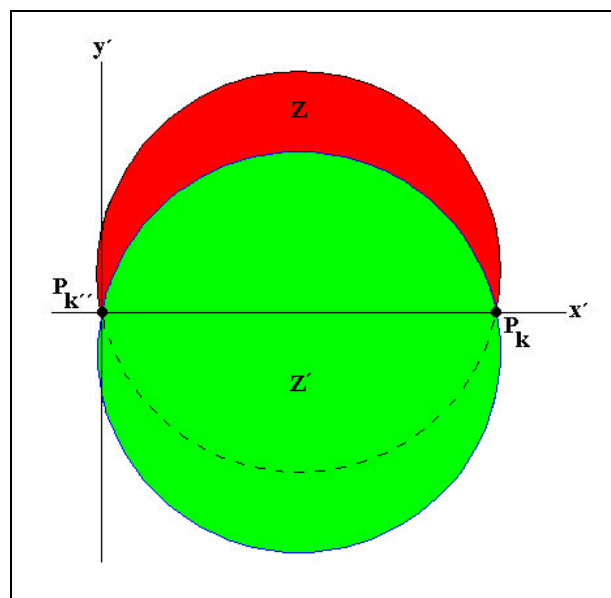


Abb.2: Das Ergebnis zum Beispielproblem.