

(Lineare) Regression einer modifizierten Mitscherlich- Funktion

Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 9. Juli – Letzte Revision: 27. Juni 2017

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Modifikation der Mitscherlich- Funktion	3
3	Kleine Grenzwertbetrachtung	4
4	Gesamtanzahl an Individuen	5
5	Berechnungen am Intervall des Abstiegs	6
6	Ermittlung der Formfaktoren	7
7	Zusammenfassung	8
8	Beispiele	9
8.1	Beispiel I – Idealfall	9
8.2	Beispiel IIa – Altersstruktur USA – Frauen	13
8.3	Beispiel IIb – Altersstruktur USA – Männer	16
8.4	Beispiel IIIa – Altersstruktur Ungarn – Frauen	19
8.5	Beispiel IIIb – Altersstruktur Ungarn – Männer	22
8.6	Beispiel IVa – Altersstruktur Deutschland – Frauen	25
8.7	Beispiel IVb – Altersstruktur Deutschland – Männer	28
9	Die Bedeutung der Werte Δ_{MKQ} und Δ_{HKA}	31
10	Vergleich der ermittelten mit gegebenen, offiziellen Werten	32

Literatur

- [Dipa] Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc. Elliptische Regression von Datenpunkten über die Hauptkomponentenanalyse. www.Zenithpoint.de.
- [Dipb] Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc. (Polynom)Regression von Datenpunkten. www.Zenithpoint.de.
- [Dipc] Dipl.- Ing. Björnstjerne Zindler, M.Sc. Reduzierte Lineare Regression - Fehlen von Anstieg oder Inhomogenität, Hinzufügen eines definierten Punktes. www.Zenithpoint.de.
-

1 Einleitung

Ziel dieses Arbeitsblattes ist es zu untersuchen, ob es möglich sei die Altersstruktur einer vorhandenen Population über die Wachstumsgleichung nach Mitscherlich zu beschreiben. Sollte das der Fall sein, dann sind die Berechnungsgrundlagen interessanter mittlerer Größen der Population von Interesse.

- \bar{x}_{MAX} - mittleres maximales Alter eines Individuum der Art
- \bar{x}_{50} - Alter, an dem nur noch 50% der Individuen des betrachteten Jahrgangs aktiv sind
- \bar{x}_{25} - mittlere Lebenserwartung

Sowie ein paar statistische Werte wie die Gesamtanzahl an Individuen und Gütegrößen der durchzuführenden Regression.

Beispiele menschlicher Altersstrukturen verdeutlichen den theoretischen Teil.

2 Modifikation der Mitscherlich- Funktion

Gegeben ist die Wachstumsgleichung nach Mitscherlich.

$$y = \frac{a \cdot b}{a + (b - a) \cdot e^{-c \cdot x}}$$

Diese soll die Altersstruktur einer Population beschreiben. Vorausgesetzt wird, dass die gewählte Struktur das Ideal der Bienenstockform besitzt. Die Koeffizienten a und b sind die „formgebenden“ Regressionskoeffizienten. Der Wert von c ist unkritisch. Er wird im Allgemeinen genutzt, um zu große oder zu kleine Urdaten zu skalieren. Es wird festgelegt und erstmals die Mitscherlich Funktion modifiziert:

$$c \leq 0$$

⇒

$$y^* = \frac{a \cdot b}{a + (b - a) \cdot e^{c \cdot x}}$$

3 Kleine Grenzwertbetrachtung

Ein Grenzwert von y ist aus praktischen Gründen festgelegt. So ist die Anzahl an Nachwuchs in einem betrachteten Zeitraum stets bekannt. Vor besagtem Zeitpunkt ist der Grenzwert:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y^* = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{a \cdot b}{a + (b - a) \cdot e^{c \cdot x}} = b$$

Der Koeffizient b repräsentiert demnach die Anzahl der neu hinzu gekommenen Individuen.

Damit dieser Wert nicht im negativ Unendlichen liegt, wird weiter modifiziert.

$$y^{**} = \frac{a \cdot (b + 1)}{a + (b + 1 - a) \cdot e^{c \cdot x}}$$

Der nächste Schritt ist zu ermitteln, welcher Wert von x für das konkrete b gilt.

$$b = \frac{a \cdot (b + 1)}{a + (b + 1 - a) \cdot e^{c \cdot x_b}}$$

\Rightarrow

$$x_b = \frac{1}{c} \cdot \ln \frac{a}{b \cdot (b + 1 - a)}$$

Dieser Wert wird in die weiter modifizierte Mitscherlich- Funktion eingesetzt

$$y^{***} = \frac{a \cdot (b + 1)}{a + (b + 1 - a) \cdot e^{c \cdot (x + x_b)}}$$

\Rightarrow

$$y^{***} = \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}}$$

Diese modifizierte Mitscherlich- Funktion steht nun zur Nutzung zur Verfügung, wobei jetzt die formgebenden Koeffizienten b und c sind, da a komplett heraus gefallen ist.

Der zweite Grenzwert ist nicht vollständig definiert. Evident ist, das gelten muss:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y^{***} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}} = 0$$

Besser ist die Nutzung des Behauptung, dass dann die Altersstruktur und somit die Zuständigkeit der Mitscherlich- Gleichung beendet ist, wenn gilt:

$$y^{***} = 1$$

Das ist dann der Fall, wenn das älteste Individuum seinen persönlichen Rekord aufgestellt hat und von dieser Welt geht. Da aber dieser Zeitpunkt unbekannt ist, muss man auch hier von einem Mittelwert ausgehen.

$$1 = \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot \bar{x}_{MAX}}}$$

\Rightarrow

$$\bar{x}_{MAX} = \frac{2}{c} \cdot \ln b$$

4 Gesamtanzahl an Individuen

Mit den beiden Grenzwerten ist die Anzahl \sum der lebenden Individuen ermittelbar.

$$\sum = \int_0^{\bar{x}_{MAX}} y^{***} dx = \int_0^{\frac{1}{c} \cdot \ln b} \frac{b \cdot (b+1)}{b + e^{c \cdot x}} dx$$

\Rightarrow

$$\sum = \frac{b+1}{c} \cdot \ln b$$

\Rightarrow

$$\sum = \frac{b+1}{2} \cdot \bar{x}_{MAX}$$

Was der Fläche eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten b und \bar{x}_{MAX} entspricht.

5 Berechnungen am Intervall des Abstiegs

Die flächige Form des Bienenstocks besitzt auf ihrem Dach eine Wendestelle. Auch die Mitscherlich-Funktion. Der Punkt der Wendestelle $P_W(x_W, y_W)$ lässt errechnen und angeben mit.

$$x_W = \frac{\ln b}{c} \quad y_W = \frac{b+1}{2}$$

Dieser Punkt repräsentiert demnach das Alter, an der noch 50% der damals Geborenen leben.

$$\bar{x}_{50} = \frac{\ln b}{c}$$

⇒

$$\bar{x}_{50} = \frac{\bar{x}_{MAX}}{2}$$

Die mittlere Lebenserwartung einer Population liegt in etwa an der Stelle \bar{x}_{25} . Diese kann berechnet werden durch:

$$\frac{b}{4} = \frac{b \cdot (b+1)}{b + e^{c \cdot \bar{x}_{25}}}$$

⇒

$$\bar{x}_{25} = \frac{1}{c} \cdot \ln(3 \cdot b + 4)$$

6 Ermittlung der Formfaktoren

Die Mitscherlich Funktion kann über eine Lineare Regression ermittelt werden. Das gilt auch nach den Modifikationen. Wobei sich der Aufwand sogar noch verringert, weil die Inhomogenität der linearen Funktion wegfällt. So gilt:

$$y^{***} = \frac{b \cdot (b+1)}{b + e^{c \cdot x}}$$

⇒

$$\frac{b \cdot (b+1)}{y^{***}} - b = e^{c \cdot x}$$

⇒

$$\ln \left(\frac{b}{y^{***}} \cdot (b+1 - y^{***}) \right) = c \cdot x \quad \leftrightarrow \quad Y = C \cdot X$$

⇒

$$Y = \ln \left(\frac{b}{y^{***}} \cdot (b+1 - y^{***}) \right) \quad \leftrightarrow \quad X = x$$

Der Formfaktor c ist demnach über eine lineare Regression ohne Inhomogenität berechenbar, z. B. über die „Methode der kleinsten Quadrate - MKQ“ oder der „Hauptkomponentenanalyse - HKA“. Für b bzw. y^{***} ergibt sich eine weitere Bedingung.

$$\frac{b}{y^{***}} \cdot (b+1 - y^{***}) \geq 1$$

⇒

$$y^{***} \leq b$$

Damit wird folgend nicht die aktuelle Geburtenanzahl für b genutzt, sondern die höchste Jahrgangszahl an Individuen.

7 Zusammenfassung

Mit der Hilfe der Wachstumsgleichung nach Mitscherlich lassen sich Altersstrukturen von Populationen beschreiben. Mittels Modifikationen lässt sich Mitscherlich an das Ideal einer Altersstruktur anpassen.

$$y^{***} = \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}}$$

Dabei ist b die höchste Anzahl der Individuen für einen Jahrgang.

Das mittlere maximal erreichbare Lebensalter (nicht die mittlere Lebenserwartung) lässt sich so berechnen über:

$$\bar{x}_{MAX} = \frac{2}{c} \cdot \ln b$$

Das Alter, an der die mittlere Anzahl der Individuen auf die Hälfte gesunken ist, lässt sich beschreiben mit:

$$\bar{x}_{50} = \frac{\ln b}{c}$$

Die Lebenserwartung lässt sich berechnen. Sie ist um den Punkt angesiedelt, wo nur noch 25% der Population aktiv ist.

$$\bar{x}_{25} = \frac{1}{c} \cdot \ln(3 \cdot b + 4)$$

Da b im Allgemeinen einen hohen Wert besitzt, kann vereinfacht werden.

$$\bar{x}_{25} \approx \frac{\ln(3 \cdot b)}{c}$$

Die Gesamtanzahl \sum der Individuen einer Population ist ermittelbar.

$$\sum = \frac{b + 1}{c} \cdot \ln b$$

Der Formfaktor c lässt sich über eine Lineare Regression ohne Inhomogenität berechnen.

$$Y = \ln\left(\frac{b}{y^{***}} \cdot (b + 1 - y^{***})\right) \leftrightarrow X = x$$

Wobei b aus der Alterstruktur abzulesen ist.

$$b = \text{MAX}(\text{Pix})$$

Alle speziellen berechenbare Werte lassen sich auf \bar{x}_{MAX} reduzieren.

$$\frac{\bar{x}_{MAX}}{2} = \frac{\ln b}{c}$$

⇒

$$\bar{x}_{50} = \frac{\bar{x}_{MAX}}{2}$$

⇒

$$\bar{x}_{25} \approx \frac{\ln 3}{c} + \frac{\bar{x}_{MAX}}{2} = \frac{\ln 3}{c} + \bar{x}_{50}$$

⇒

$$\frac{\ln 3}{c} \approx \bar{x}_{25} - \bar{x}_{50}$$

Auch von Interesse, die folgenden Verhältnisse:

$$\frac{\bar{x}_{MAX}}{\bar{x}_{MAX}} : \frac{\bar{x}_{50}}{\bar{x}_{MAX}} : \frac{\bar{x}_{25}}{\bar{x}_{MAX}}$$

⇒

$$1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(3 \cdot b + 4)}{\ln b}$$

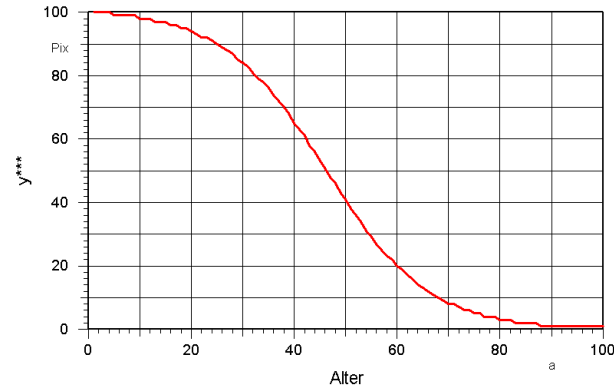
Für ein $b \rightarrow \infty$ ergibt sich dann:

$$1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{2}$$

8 Beispiele

8.1 Beispiel I – Idealfall

Idealbeispiel angepasst an die modifizierte Mitscherlich- Funktion sei eine Population mit $b = 100$ und $c = 0,1$. Aus dem Diagramm werden die Pixelwerte Pix ausgelesen und die relevanten Werte hergeleitet.



⇒

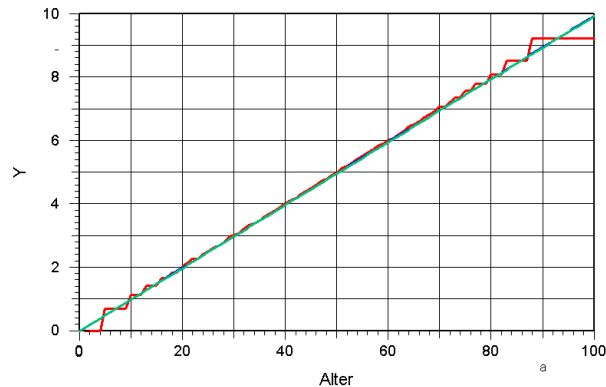
X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	100	0,000000000	00001	000,000000000	-0,099280000	-0,099380000
002	100	0,000000000	00004	000,000000000	-0,198560000	-0,198760000
003	100	0,000000000	00009	000,000000000	-0,297840000	-0,298140000
004	100	0,000000000	00016	000,000000000	-0,397120000	-0,397520000
005	099	0,703197516	00025	003,515987582	+0,206797516	+0,206297516
006	099	0,703197516	00036	004,219185098	+0,107517516	+0,106917516
007	099	0,703197516	00049	004,922382615	+0,008237516	+0,007537516
008	099	0,703197516	00064	005,625580131	-0,091042484	-0,091842484
009	099	0,703197516	00081	006,328777648	-0,190322484	-0,191222484
010	098	1,118814996	00100	011,188149960	+0,126014996	+0,125014996
011	098	1,118814996	00121	012,306964960	+0,026734996	+0,025634996
012	098	1,118814996	00144	013,425779950	-0,072545004	-0,073745004
013	097	1,416753569	00169	018,417796390	+0,126113569	+0,124813569
014	097	1,416753569	00196	019,834549960	+0,026833569	+0,025433569
015	097	1,416753569	00225	021,251303530	-0,072446431	-0,073946431
016	096	1,650259907	00256	026,404158510	+0,061779907	+0,060179907
017	096	1,650259907	00289	028,054418420	-0,037500093	-0,039200093
018	095	1,843052764	00324	033,174949750	+0,056012764	+0,054212764
019	095	1,843052764	00361	035,018002510	-0,043267236	-0,045167236
020	094	2,007785553	00400	040,155711060	+0,022185553	+0,020185553
021	093	2,152012235	00441	045,192256920	+0,067132235	+0,065032235
022	092	2,280606186	00484	050,173336100	+0,096446186	+0,094246186
023	092	2,280606186	00529	052,453942280	-0,002833814	-0,005133814
024	091	2,396895772	00576	057,525498540	+0,014175772	+0,011775772
025	090	2,503255788	00625	062,581394710	+0,021255788	+0,018755788
026	089	2,601440466	00676	067,637452120	+0,020160466	+0,017560466
027	088	2,692782729	00729	072,705133680	+0,012222729	+0,009522729
028	087	2,778319397	00784	077,792943110	-0,001520603	-0,004320603
029	085	2,935107652	00841	085,118121900	+0,055987652	+0,053087652
030	084	3,007566731	00900	090,227001940	+0,029166731	+0,026166731

031	083	3,076701336	00961	095,377741420	-0,000978664	-0,004078664
032	081	3,206453305	01024	102,606505800	+0,029493305	+0,026293305
033	079	3,326764787	01089	109,783238000	+0,050524787	+0,047224787
034	078	3,383955575	01156	115,054489600	+0,008435575	+0,005035575
035	076	3,493312671	01225	122,265943500	+0,018512671	+0,015012671
036	074	3,596941959	01296	129,489910500	+0,022861959	+0,019261959
037	072	3,695799897	01369	136,744596200	+0,022439897	+0,018739897
038	070	3,790662148	01444	144,045161600	+0,018022148	+0,014222148
039	068	3,882170042	01521	151,404631600	+0,010250042	+0,006350042
040	065	4,014301855	01600	160,572074200	+0,043101855	+0,039101855
041	063	4,099621619	01681	168,084486400	+0,029141619	+0,025041619
042	061	4,183175776	01764	175,693382600	+0,013415776	+0,009215776
043	058	4,305927291	01849	185,154873500	+0,036887291	+0,032587291
044	056	4,386480985	01936	193,005163300	+0,018160985	+0,013760985
045	053	4,506079283	02025	202,773567800	+0,038479283	+0,033979283
046	051	4,585367559	02116	210,926907700	+0,018487559	+0,013887559
047	048	4,704261089	02209	221,100271200	+0,038101089	+0,033401089
048	046	4,783861975	02304	229,625374800	+0,018421975	+0,013621975
049	043	4,904413081	02401	240,316241000	+0,039693081	+0,034793081
050	041	4,985942682	02500	249,297134100	+0,021942682	+0,016942682
051	038	5,110718753	02601	260,646656400	+0,047438753	+0,042338753
052	036	5,196038517	02704	270,194002900	+0,033478517	+0,028278517
053	034	5,283502281	02809	280,025620900	+0,021662281	+0,016362281
054	031	5,419678224	02916	292,662624100	+0,058558224	+0,053158224
055	029	5,514540475	03025	303,299726100	+0,054140475	+0,048640475
056	027	5,613398413	03136	314,350311100	+0,053718413	+0,048118413
057	025	5,717027701	03249	325,870579000	+0,058067701	+0,052367701
058	023	5,826384797	03364	337,930318200	+0,068144797	+0,062344797
059	022	5,883575585	03481	347,130959500	+0,026055585	+0,020155585
060	020	6,003887067	03600	360,233224000	+0,047087067	+0,041087067
061	019	6,067450454	03721	370,114477700	+0,011370454	+0,005270454
062	017	6,202773641	03844	384,571965700	+0,047413641	+0,041213641
063	016	6,275232720	03969	395,339661400	+0,020592720	+0,014292720
064	014	6,432020975	04096	411,649342400	+0,078100975	+0,071700975
065	013	6,517557643	04225	423,641246800	+0,064357643	+0,057857643
066	012	6,608899906	04356	436,187393800	+0,056419906	+0,049819906
067	011	6,707084584	04489	449,374667100	+0,055324584	+0,048624584
068	010	6,813444600	04624	463,314232800	+0,062404600	+0,055604600
069	009	6,929734186	04761	478,151658800	+0,079414186	+0,072514186
070	008	7,058328137	04900	494,082969600	+0,108728137	+0,101728137
071	008	7,058328137	05041	501,141297800	+0,009448137	+0,002348137
072	007	7,202554819	05184	518,583947000	+0,054394819	+0,047194819
073	006	7,367287608	05329	537,811995400	+0,119847608	+0,112547608
074	006	7,367287608	05476	545,179283000	+0,020567608	+0,013167608
075	005	7,560080465	05625	567,006034900	+0,114080465	+0,106580465
076	005	7,560080465	05776	574,566115300	+0,014800465	+0,007200465
077	004	7,793586803	05929	600,106183900	+0,149026803	+0,141326803
078	004	7,793586803	06084	607,899770700	+0,049746803	+0,041946803
079	004	7,793586803	06241	615,693357500	-0,049533197	-0,057433197
080	003	8,091525376	06400	647,322030100	+0,149125376	+0,141125376
081	003	8,091525376	06561	655,413555500	+0,049845376	+0,041745376
082	003	8,091525376	06724	663,505080800	-0,049434624	-0,057634624
083	002	8,507142856	06889	706,092857000	+0,266902856	+0,258602856
084	002	8,507142856	07056	714,599999900	+0,167622856	+0,159222856
085	002	8,507142856	07225	723,107142700	+0,068342856	+0,059842856

086	002	8,507142856	07396	731,614285600	-0,030937144	-0,039537144
087	002	8,507142856	07569	740,121428400	-0,130217144	-0,138917144
088	001	9,210340372	07744	810,509952700	+0,473700372	+0,464900372
089	001	9,210340372	07921	819,720293100	+0,374420372	+0,365520372
090	001	9,210340372	08100	828,930633500	+0,275140372	+0,266140372
091	001	9,210340372	08281	838,140973800	+0,175860372	+0,166760372
092	001	9,210340372	08464	847,351314200	+0,076580372	+0,067380372
093	001	9,210340372	08649	856,561654600	-0,022699628	-0,031999628
094	001	9,210340372	08836	865,771995000	-0,121979628	-0,131379628
095	001	9,210340372	09025	874,982335300	-0,221259628	-0,230759628
096	001	9,210340372	09216	884,192675700	-0,320539628	-0,330139628
097	001	9,210340372	09409	893,403016100	-0,419819628	-0,429519628
098	001	9,210340372	09604	902,613356500	-0,519099628	-0,528899628
099	001	9,210340372	09801	911,823696800	-0,618379628	-0,628279628
100	001	9,210340372	10000	921,034037200	-0,717659628	-0,727659628
5.050	4.608	501,88	338.350	33.592,144	0,5163	0,0113

$$\Rightarrow c_{MKQ} = \frac{33592,144}{338350} = 0,0993 \quad c_{HKA} = \frac{501,88}{5050} = 0,0994$$

Die Transformation der y^{***} - in die Y - Werte grafisch dargestellt mit den linearen Regressionsgeraden.



Die berechenbaren x - Werte.

$$\bar{x}_{MAX} = \frac{2}{0,1} \cdot \ln 100 = 92,1a$$

Und:

$$\bar{x}_{50} = \frac{\ln 100}{0,1} = 46,1a$$

Sowie:

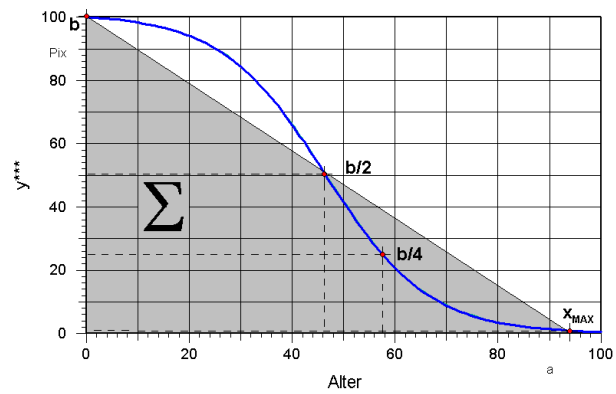
$$\bar{x}_{25} = \frac{1}{0,1} \cdot \ln 304 = 57,2a$$

Die Anzahl der Individuen der Population:

$$\sum = \frac{101}{0,1} \cdot \ln 100 = 4651$$

Was eine gute Näherung zum ausgelesenen Wert von 4608 darstellt.

Das alles wieder grafisch dargestellt.



Die Werte Δ_{MKQ} und Δ_{HKA} sind informativer Natur. Sie werden berechnet aus:

$$\Delta = \{Y - c \cdot x\}$$

8.2 Beispiel IIa – Alterstruktur USA – Frauen

Stammdaten:

12.096,2 Pix – männlich

12.417,6 Pix – weiblich

24.513,8 Pix – Gesamt

Einwohner (EW): 322.755.353

13166,3 EW/Pix

b = 201

X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	178	3,299575188	00001	003,299575188	+3,222225188	+3,213305188
002	177	3,346030001	00004	006,692062001	+3,191331000	+3,173491000
003	177	3,346031000	00009	010,038093000	+3,113981000	+3,087221000
004	176	3,390917451	00016	013,563669800	+3,081517451	+3,045837451
005	175	3,434355800	00025	017,171779000	+3,047605800	+3,003005800
006	176	3,390917451	00036	020,345504710	+2,926817451	+2,873297451
007	175	3,434355800	00049	024,040490600	+2,892905800	+2,830465800
008	175	3,434355800	00064	027,474846400	+2,815555800	+2,744195800
009	175	3,434355800	00081	030,909202200	+2,738205800	+2,657925800
010	176	3,390917451	00100	033,909174510	+2,617417451	+2,528217451
011	171	3,595628556	00121	039,551914120	+2,744778556	+2,646658556
012	170	3,633242374	00144	043,598908490	+2,705042374	+2,598002374
013	170	3,633242374	00169	047,232150860	+2,627692374	+2,511732374
014	171	3,595628556	00196	050,338799780	+2,512728556	+2,387848556
015	174	3,476454119	00225	052,146811790	+2,316204119	+2,182404119
016	176	3,390917451	00256	054,254679220	+2,153317451	+2,010597451
017	178	3,299575188	00289	056,092778200	+1,984625188	+1,832985188
018	182	3,095030495	00324	055,710548900	+1,702730495	+1,542170495
019	185	2,916162427	00361	055,407086110	+1,446512427	+1,277032427
020	188	2,705920275	00400	054,118405500	+1,158920275	+0,980520275
021	189	2,626507250	00441	055,156652260	+1,002157250	+0,814837250
022	184	2,978740908	00484	065,532299980	+1,277040908	+1,080800908
023	182	3,095030495	00529	071,185701370	+1,315980495	+1,110820495
024	179	3,251413318	00576	078,033919640	+1,395013318	+1,180933318
025	180	3,201390511	00625	080,034762760	+1,267640511	+1,044640511
026	179	3,251413318	00676	084,536746270	+1,240313318	+1,008393318
027	177	3,346031000	00729	090,342837010	+1,257581000	+1,016741000
028	179	3,251413318	00784	091,039572910	+1,085613318	+0,835853318
029	182	3,095030495	00841	089,755884340	+0,851880495	+0,593200495
030	185	2,916162427	00900	087,484872810	+0,595662427	+0,328062427
031	184	2,978740908	00961	092,340968160	+0,580890908	+0,304370908
032	176	3,390917451	01024	108,509358400	+0,915717451	+0,630277451
033	171	3,595628556	01089	118,655742300	+1,043078556	+0,748718556
034	168	3,705701453	01156	125,993849400	+1,075801453	+0,772521453
035	165	3,808277347	01225	133,289707100	+1,101027347	+0,788827347
036	169	3,669913755	01296	132,116895200	+0,885313755	+0,564193755
037	165	3,808277347	01369	140,906261800	+0,946327347	+0,616287347
038	169	3,669913755	01444	139,456722700	+0,730613755	+0,391653755
039	176	3,390917451	01521	132,245780600	+0,374267451	+0,026387451
040	186	2,850146957	01600	114,005878300	-0,243853043	-0,600653043
041	188	2,705920275	01681	110,942731300	-0,465429725	-0,831149725

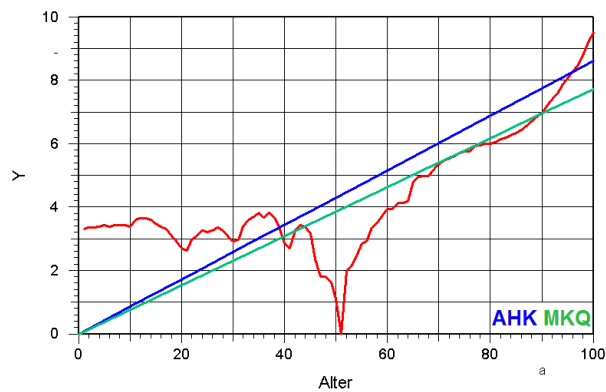
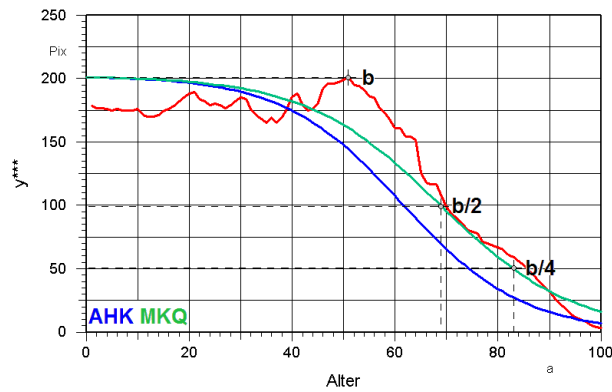
042	179	3,251413318	01764	136,559359400	+0,002713318	-0,371926682
043	175	3,434355800	01849	147,677299400	+0,108305800	-0,275254200
044	176	3,390917451	01936	149,200367800	-0,012482549	-0,404962549
045	181	3,149330315	02025	141,719864200	-0,331419685	-0,732819685
046	192	2,348394629	02116	108,026152900	-1,209705371	-1,620025371
047	196	1,816949718	02209	085,396636750	-1,818500282	-2,237740282
048	196	1,816949718	02304	087,213586470	-1,895850282	-2,324010282
049	197	1,629539092	02401	079,847415500	-2,160610908	-2,597690908
050	199	1,108612372	02500	055,430618600	-2,758887628	-3,204887628
051	201	0,000000000	02601	000,000000000	-3,944850000	-4,399770000
052	195	1,976215499	02704	102,763205900	-2,045984501	-2,509824501
053	194	2,114888291	02809	112,089079400	-1,984661709	-2,457421709
054	191	2,448926753	02916	132,242044700	-1,727973247	-2,209653247
055	186	2,850146957	03025	156,758082600	-1,404103043	-1,894703043
056	185	2,916162427	03136	163,305095900	-1,415437573	-1,914957573
057	177	3,346031000	03249	190,723767000	-1,062919000	-1,571359000
058	173	3,517309144	03364	204,003930300	-0,968990856	-1,486350856
059	167	3,740659157	03481	220,698890300	-0,822990843	-1,349270843
060	161	3,935472610	03600	236,128356600	-0,705527390	-1,240727390
061	161	3,935472610	03721	240,063829200	-0,782877390	-1,326997390
062	154	4,137553317	03844	256,528305600	-0,658146683	-1,211186683
063	154	4,137553317	03969	260,665858900	-0,735496683	-1,297456683
064	152	4,191447393	04096	268,252633100	-0,758952607	-1,329832607
065	126	4,797756341	04225	311,854162200	-0,229993659	-0,809793659
066	118	4,963437082	04356	327,586847400	-0,141662918	-0,730382918
067	117	4,983782230	04489	333,913409400	-0,198667770	-0,796307770
068	117	4,983782230	04624	338,897191600	-0,276017770	-0,882577770
069	107	5,184352965	04761	357,720354600	-0,152797035	-0,768277035
070	099	5,342914046	04900	374,003983200	-0,071585954	-0,695985954
071	093	5,462053297	05041	387,805784100	-0,029796703	-0,663116703
072	090	5,521994109	05184	397,583575800	-0,047205891	-0,689445891
073	086	5,602547803	05329	408,985989600	-0,044002197	-0,695162197
074	081	5,704646299	05476	422,143826100	-0,019253701	-0,679333701
075	079	5,746041411	05625	430,953105800	-0,055208589	-0,724208589
076	078	5,766877647	05776	438,282701200	-0,111722353	-0,789642353
077	071	5,915822354	05929	455,518321300	-0,040127646	-0,726967646
078	070	5,937611589	06084	463,133703900	-0,095688411	-0,791448411
079	068	5,981637003	06241	472,549323200	-0,129012997	-0,833692997
080	067	6,003887067	06400	480,310965400	-0,184112933	-0,897712933
081	065	6,048898564	06561	489,960783700	-0,216451436	-0,938971436
082	061	6,141190934	06724	503,577656600	-0,201509066	-0,932949066
083	059	6,188612094	06889	513,654803800	-0,231437906	-0,971797906
084	056	6,261559839	07056	525,971026500	-0,235840161	-0,985120161
085	053	6,336959300	07225	538,641540500	-0,237790700	-0,995990700
086	049	6,441922531	07396	554,005337700	-0,210177469	-0,977297469
087	045	6,552888224	07569	570,101275500	-0,176561776	-0,952601776
088	040	6,702021789	07744	589,777917400	-0,104778211	-0,889738211
089	036	6,831773758	07921	608,027864500	-0,052376242	-0,846256242
090	032	6,973367442	08100	627,603069800	+0,011867442	-0,790932558
091	027	7,172254016	08281	652,675115500	+0,133404016	-0,678315984
092	022	7,405219306	08464	681,280176100	+0,289019306	-0,531620694
093	019	7,568352082	08649	703,856743600	+0,374802082	-0,454757918
094	015	7,826363324	08836	735,678152400	+0,555463324	-0,283016676
095	012	8,065422330	09025	766,215121400	+0,717172330	-0,130227670
096	010	8,258215187	09216	792,788658000	+0,832615187	-0,023704813

097	008	8,491721525	09409	823,696988000	+0,988771525	+0,123531525
098	006	8,789660098	09604	861,386689600	+1,209360098	+0,335200098
099	004	9,205277578	09801	911,322480200	+1,547627578	+0,664547578
100	003	9,497997444	10000	949,799744400	+1,762997444	+0,870997444
5.050	13.489	435,684	338.350	26.174,0224	45,0677	0,0207

$$c_{MKQ} = \frac{26174,0224}{338350} \quad c_{HKA} = \frac{435,684}{5050}$$

MKQ	MKQ	HKA	HKA
b	201	b	201
c	0,07735	c	0,08627
\bar{x}_{MAX}	137 a	\bar{x}_{MAX}	123 a
\bar{x}_{50}	68,6 a	\bar{x}_{50}	61,5 a
\bar{x}_{25}	82,8a	\bar{x}_{25}	74,3 a
\sum	13.849,6 Pix	\sum	12.417,6 Pix
\sum	-	\sum	163.493.496 EW

Die dazugehörigen Grafiken.



8.3 Beispiel IIb – Altersstruktur USA – Männer

Stammdaten:

12.096,2 Pix – männlich

12.417,6 Pix – weiblich

24.513,8 Pix – Gesamt

Einwohner (EW): 322.755.353

13166,3 EW/Pix

b = 198

X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	186	2,627469714	00001	0002,627469714	+2,544369714	+2,540469714
002	184	2,781381474	00004	0005,562762948	+2,615181474	+2,607381474
003	184	2,781381474	00009	0008,344144423	+2,532081474	+2,520381474
004	182	2,917473688	00016	0011,669894750	+2,585073688	+2,569473688
005	183	2,851369600	00025	0014,256848000	+2,435869600	+2,416369600
006	183	2,851369600	00036	0017,108217600	+2,352769600	+2,329369600
007	182	2,917473688	00049	0020,422315810	+2,335773688	+2,308473688
008	181	2,980141757	00064	0023,841134060	+2,315341757	+2,284141757
009	181	2,980141757	00081	0026,821275820	+2,232241757	+2,197141757
010	182	2,917473688	00100	0029,174736880	+2,086473688	+2,047473688
011	177	3,203159751	00121	0035,234757270	+2,289059751	+2,246159751
012	177	3,203159751	00144	0038,437917020	+2,205959751	+2,159159751
013	176	3,253277252	00169	0042,292604270	+2,172977252	+2,122277252
014	178	3,151005918	00196	0044,114082850	+1,987605918	+1,933005918
015	182	2,917473688	00225	0043,762105320	+1,670973688	+1,612473688
016	185	2,706968535	00256	0043,311496560	+1,377368535	+1,314968535
017	187	2,542065064	00289	0043,215106080	+1,129365064	+1,063065064
018	191	2,115435144	00324	0038,077832600	+0,619635144	+0,549435144
019	194	1,629846784	00361	0030,967088900	+0,050946784	-0,023153216
020	197	0,698210483	00400	0013,964209650	-0,963789517	-1,041789517
021	198	0,000000000	00441	0000,000000000	-1,745100000	-1,827000000
022	191	2,115435144	00484	0046,539573180	+0,287235144	+0,201435144
023	198	0,000000000	00529	0000,000000000	-1,911300000	-2,001000000
024	185	2,706968535	00576	0064,967244850	+0,712568535	+0,618968535
025	186	2,627469714	00625	0065,686742860	+0,549969714	+0,452469714
026	185	2,706968535	00676	0070,381181920	+0,546368535	+0,444968535
027	183	2,851369600	00729	0076,986979200	+0,607669600	+0,502369600
028	186	2,627469714	00784	0073,569152000	+0,300669714	+0,191469714
029	186	2,627469714	00841	0076,196621720	+0,217569714	+0,104469714
030	188	2,449720341	00900	0073,491610220	-0,043279659	-0,160279659
031	187	2,542065064	00961	0078,804016970	-0,034034936	-0,154934936
032	179	3,096613498	01024	0099,091631950	+0,437413498	+0,312613498
033	174	3,348087556	01089	0110,486889400	+0,605787556	+0,477087556
034	171	3,478807984	01156	0118,279471500	+0,653407984	+0,520807984
035	168	3,598290256	01225	0125,940159000	+0,689790256	+0,553290256
036	171	3,478807984	01296	0125,237087400	+0,487207984	+0,346807984
037	167	3,636009121	01369	0134,532337500	+0,561309121	+0,417009121
038	170	3,519764424	01444	0133,751048100	+0,361964424	+0,213764424
039	176	3,253277252	01521	0126,877812800	+0,012377252	-0,139722748
040	186	2,627469714	01600	0105,098788600	-0,696530286	-0,852530286
041	190	2,238467536	01681	0091,777168970	-1,168632464	-1,328532464
042	180	3,039749159	01764	0127,669464700	-0,450450841	-0,614250841

043	175	3,301534887	01849	0141,966000100	-0,271765113	-0,439465113
044	174	3,348087556	01936	0147,315852500	-0,308312444	-0,479912444
045	178	3,151005918	02025	0141,795266300	-0,588494082	-0,763994082
046	190	2,238467536	02116	0102,969506700	-1,584132464	-1,763532464
047	191	2,115435144	02209	0099,425451780	-1,790264856	-1,973564856
048	190	2,238467536	02304	0107,446441700	-1,750332464	-1,937532464
049	191	2,115435144	02401	0103,656322100	-1,956464856	-2,147564856
050	191	2,115435144	02500	0105,771757200	-2,039564856	-2,234564856
051	195	1,401561833	02601	0071,479653500	-2,836538167	-3,035438167
052	187	2,542065064	02704	0132,187383300	-1,779134936	-1,981934936
053	185	2,706968535	02809	0143,469332400	-1,697331465	-1,904031465
054	191	2,115435144	02916	0114,233497800	-2,371964856	-2,582564856
055	175	3,301534887	03025	0181,584418800	-1,268965113	-1,483465113
056	175	3,301534887	03136	0184,885953700	-1,352065113	-1,570465113
057	166	3,672786804	03249	0209,348847800	-1,063913196	-1,286213196
058	161	3,844448825	03364	0222,978031900	-0,975351175	-1,201551175
059	155	4,029031548	03481	0237,712861300	-0,873868452	-1,103968452
060	148	4,222880390	03600	0253,372823400	-0,763119610	-0,997119610
061	148	4,222880390	03721	0257,595703800	-0,846219610	-1,084119610
062	142	4,375491241	03844	0271,280456900	-0,776708759	-1,018508759
063	142	4,375491241	03969	0275,655948200	-0,859808759	-1,105508759
064	139	4,448137660	04096	0284,680810200	-0,870262340	-1,119862340
065	114	4,994719839	04225	0324,656789500	-0,406780161	-0,660280161
066	106	5,157427430	04356	0340,390210400	-0,327172570	-0,584572570
067	104	5,197753023	04489	0348,249452600	-0,369946977	-0,631246977
068	103	5,217886234	04624	0354,816263900	-0,432913766	-0,698113766
069	093	5,419106632	04761	0373,918357600	-0,314793368	-0,583893368
070	084	5,602382360	04900	0392,166765200	-0,214617640	-0,487617640
071	080	5,685363889	05041	0403,660836100	-0,214736111	-0,491636111
072	075	5,791060483	05184	0416,956354800	-0,192139517	-0,472939517
073	071	5,877617418	05329	0429,066071500	-0,188682582	-0,473382582
074	066	5,988961417	05476	0443,183144800	-0,160438583	-0,449038583
075	063	6,057787190	05625	0454,334039300	-0,174712810	-0,467212810
076	061	6,104646852	05776	0463,953160700	-0,210953148	-0,507353148
077	055	6,250747145	05929	0481,307530200	-0,147952855	-0,448252855
078	053	6,301581739	06084	0491,523375600	-0,180218261	-0,484418261
079	050	6,380190331	06241	0504,035036200	-0,184709669	-0,492809669
080	049	6,407082027	06400	0512,566562100	-0,240917973	-0,552917973
081	046	6,490063556	06561	0525,695148000	-0,241036444	-0,556936444
082	042	6,606843218	06724	0541,761143900	-0,207356782	-0,527156782
083	039	6,699879200	06889	0556,089973600	-0,197420800	-0,521120800
084	035	6,832785397	07056	0573,953973400	-0,147614603	-0,475214603
085	031	6,978243806	07225	0593,150723500	-0,085256194	-0,416756194
086	029	7,056769638	07396	0606,882188800	-0,089830362	-0,425230362
087	025	7,228446505	07569	0628,874845900	-0,001253495	-0,340553495
088	021	7,425528143	07744	0653,446476600	+0,112728143	-0,230471857
089	018	7,596392304	07921	0676,078915100	+0,200492304	-0,146607696
090	015	7,795152587	08100	0701,563732800	+0,316152587	-0,034847413
091	012	8,034468998	08281	0731,136678800	+0,472368998	+0,117468998
092	009	8,338066526	08464	0767,102120300	+0,692866526	+0,334066526
093	007	8,599852254	08649	0799,786259600	+0,871552254	+0,508852254
094	005	8,946687277	08836	0840,988604100	+1,135287277	+0,768687277
095	004	9,174972228	09025	0871,622361700	+1,280472228	+0,909972228
096	002	9,878323579	09216	0948,319063600	+1,900723579	+1,526323579
097	002	9,878323579	09409	0958,197387200	+1,817623579	+1,439323579

098	001	10,57653406	09604	1036,500338000	+2,432734061	+2,050534061
099	001	10,57653406	09801	1047,076872000	+2,349634061	+1,963534061
100	001	10,57653406	10000	1057,653406000	+2,266534061	+1,876534061
5.050	13.038	439,5054	338.350	28.100	19,8504	0,1554

$$c_{MKQ} = \frac{28100}{338350} \quad c_{HKA} = \frac{439,5054}{5050}$$

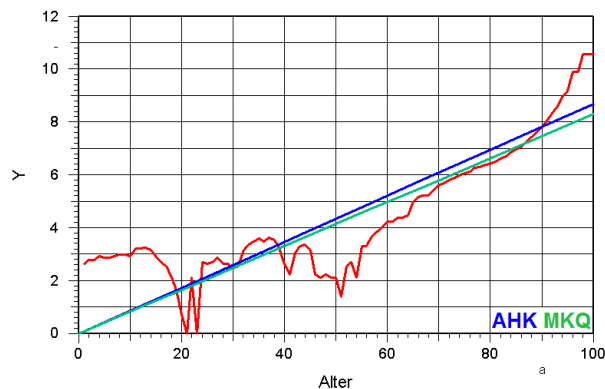
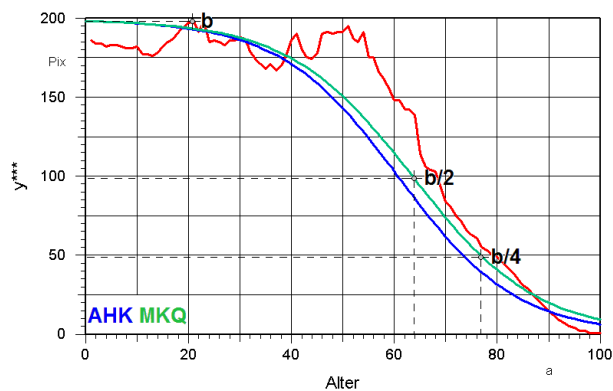
MKQ	MKQ	HKA	HKA
<i>b</i>	198	<i>b</i>	198
<i>c</i>	0,0831	<i>c</i>	0,087
\bar{x}_{MAX}	127 a	\bar{x}_{MAX}	122 a
\bar{x}_{50}	63,7 a	\bar{x}_{50}	60,8 a
\bar{x}_{25}	76,9 a	\bar{x}_{25}	73,5 a
Σ	12.663,8 Pix	Σ	12.096,2 Pix
Σ	-	Σ	159.261.857 EW

Frauen leben demnach in den USA 82,8 – 76,9 = 5,9 Jahre länger als ihre Männer.

Der Männermangel beträgt demnach:

$$163.493.496 : 159.261.857 = 1000 : 974$$

Die dazugehörigen Grafiken.



8.4 Beispiel IIIa – Alterstruktur Ungarn – Frauen

Stammdaten:

27.512,0 Pix – männlich

28.525,9 Pix – weiblich

56 041,9 Pix – Gesamt

Einwohner (EW): 9.845.000

175,7 EW/Pix

b = 545

X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	270	6,322764701	00001	0006,322764701	+6,224864701	+6,202164701
002	275	6,286133518	00004	0012,572267040	+6,090333518	+6,044933518
003	264	6,366743762	00009	0019,100231290	+6,073043762	+6,004943762
004	266	6,352079089	00016	0025,408316360	+5,960479089	+5,869679089
005	260	6,396095974	00025	0031,980479870	+5,906595974	+5,793095974
006	267	6,344748918	00036	0038,068493510	+5,757348918	+5,621148918
007	286	6,205475615	00049	0043,438329300	+5,520175615	+5,361275615
008	295	6,139263377	00064	0049,114107020	+5,356063377	+5,174463377
009	289	6,183435191	00081	0055,650916720	+5,302335191	+5,098035191
010	300	6,102334856	00100	0061,023348560	+5,123334856	+4,896334856
011	287	6,198131641	00121	0068,179448050	+5,121231641	+4,871531641
012	278	6,264151661	00144	0075,169819940	+5,089351661	+4,816951661
013	277	6,271479668	00169	0081,529235690	+4,998779668	+4,703679668
014	285	6,212817022	00196	0086,979438300	+4,842217022	+4,524417022
015	285	6,212817022	00225	0093,192255330	+4,744317022	+4,403817022
016	288	6,190784899	00256	0099,052558390	+4,624384899	+4,261184899
017	279	6,256822671	00289	0106,365985400	+4,592522671	+4,206622671
018	289	6,183435191	00324	0111,301833400	+4,421235191	+4,012635191
019	300	6,102334856	00361	0115,944362300	+4,242234856	+3,810934856
020	327	5,899897354	00400	0117,997947100	+3,941897354	+3,487897354
021	347	5,744765839	00441	0120,640082600	+3,688865839	+3,212165839
022	357	5,664797028	00484	0124,625534600	+3,510997028	+3,011597028
023	359	5,648572023	00529	0129,917156500	+3,396872023	+2,874772023
024	368	5,574486407	00576	0133,787673800	+3,224886407	+2,680086407
025	379	5,481243402	00625	0137,031085000	+3,033743402	+2,466243402
026	374	5,524024474	00676	0143,624636300	+2,978624474	+2,388424474
027	360	5,640428437	00729	0152,291567800	+2,997128437	+2,384228437
028	357	5,664797028	00784	0158,614316800	+2,923597028	+2,287997028
029	356	5,672879136	00841	0164,513494900	+2,833779136	+2,175479136
030	361	5,632263661	00900	0168,967909800	+2,695263661	+2,014263661
031	364	5,607638614	00961	0173,836797000	+2,572738614	+1,869038614
032	354	5,688984254	01024	0182,047496100	+2,556184254	+1,829784254
033	359	5,648572023	01089	0186,402876800	+2,417872023	+1,668772023
034	378	5,489855578	01156	0186,655089700	+2,161255578	+1,389455578
035	407	5,226446542	01225	0182,925629000	+1,799946542	+1,005446542
036	427	5,023125275	01296	0180,832509900	+1,498725275	+0,681525275
037	457	4,664738774	01369	0172,595334600	+1,042438774	+0,202538774
038	477	4,367375808	01444	0165,960280700	+0,647175808	-0,215424190
039	500	3,914819093	01521	0152,677944600	+0,096719093	-0,788580900
040	520	3,305053521	01600	0132,202140800	-0,610946470	-1,518946470
041	545	0,000000000	01681	0000,000000000	-4,013900000	-4,944600000

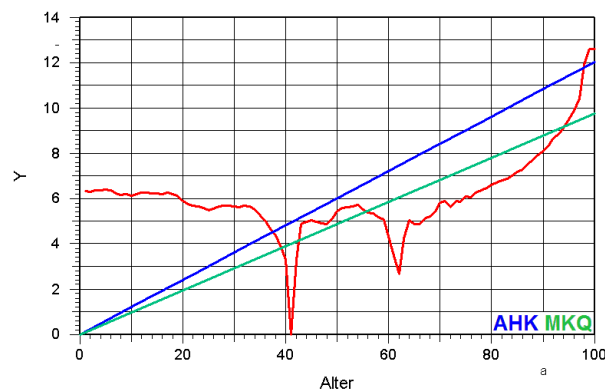
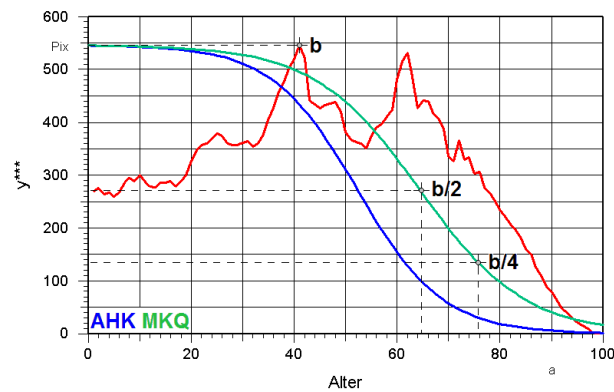
042	521	3,263911578	01764	0137,084286300	-0,847888420	-1,801288420
043	441	4,865701269	01849	0209,225154600	+0,656001269	-0,320098730
044	434	4,946240132	01936	0217,634565800	+0,638640132	-0,360159860
045	427	5,023125275	02025	0226,040637400	+0,617625275	-0,403874720
046	433	4,957435885	02116	0228,042050700	+0,454035885	-0,590164110
047	436	4,923623917	02209	0231,410324100	+0,322323917	-0,744576080
048	439	4,889115216	02304	0234,677530400	+0,189915216	-0,899684780
049	420	5,096812990	02401	0249,743836500	+0,299712990	-0,812587010
050	381	5,463931893	02500	0273,196594700	+0,568931893	-0,566068100
051	367	5,582809752	02601	0284,723297400	+0,589909752	-0,567790240
052	363	5,615869113	02704	0292,025193900	+0,525069113	-0,655330880
053	360	5,640428437	02809	0298,942707200	+0,451728437	-0,751371560
054	351	5,712999130	02916	0308,501953000	+0,426399130	-0,799400870
055	375	5,515523325	03025	0303,353782900	+0,131023325	-1,117476670
056	391	5,375503352	03136	0301,028187700	-0,106896640	-1,378096640
057	396	5,330006878	03249	0303,810392000	-0,250293120	-1,544193120
058	411	5,187467359	03364	0300,873106800	-0,490732640	-1,807332640
059	424	5,055073384	03481	0298,249329700	-0,721026610	-2,060326610
060	480	4,316654433	03600	0258,999266000	-1,557345560	-2,919345560
061	515	3,490606098	03721	0212,926972000	-2,481293900	-3,865993900
062	532	2,663199635	03844	0165,118377400	-3,406600360	-4,814000360
063	486	4,208921733	03969	0265,162069200	-1,958778260	-3,388878260
064	426	5,033838191	04096	0322,165644200	-1,231761800	-2,684561800
065	441	4,865701269	04225	0316,270582500	-1,497798730	-2,973298730
066	440	4,877450162	04356	0321,911710700	-1,583949830	-3,082149830
067	418	5,117334626	04489	0342,861419900	-1,441965370	-2,962865370
068	408	5,216772305	04624	0354,740516800	-1,440427690	-2,984027690
069	387	5,411265304	04761	0373,377306000	-1,343834690	-2,910134690
070	337	5,823037116	04900	0407,612598100	-1,029962880	-2,618962880
071	327	5,899897354	05041	0418,892712100	-1,051002640	-2,662702640
072	365	5,599385472	05184	0403,155754000	-1,449414520	-3,083814520
073	330	5,876971548	05329	0429,018923000	-1,269728450	-2,926828450
074	334	5,846231076	05476	0432,621099700	-1,398368920	-3,078168920
075	304	6,072695819	05625	0455,452186500	-1,269804180	-2,972304180
076	306	6,057839616	05776	0460,395810800	-1,382560380	-3,107760380
077	277	6,271479668	05929	0482,903934400	-1,266820330	-3,014720330
078	267	6,344748918	06084	0494,890415600	-1,291451080	-3,062051080
079	251	6,462308212	06241	0510,522348700	-1,271791780	-3,065091780
080	235	6,580993193	06400	0526,479455400	-1,251006800	-3,067006800
081	222	6,678851929	06561	0540,987006200	-1,251048070	-3,089748070
082	207	6,794067109	06724	0557,113502900	-1,233732890	-3,095132890
083	196	6,880604290	06889	0571,090156100	-1,245095710	-3,129195710
084	182	6,993932975	07056	0587,490369900	-1,229667020	-3,136467020
085	161	7,172624764	07225	0609,673104900	-1,148875230	-3,078375230
086	150	7,271564712	07396	0625,354565200	-1,147835280	-3,100035280
087	126	7,504758599	07569	0652,913998100	-1,012541400	-2,987441400
088	110	7,677947672	07744	0675,659395200	-0,937252320	-2,934852320
089	090	7,923468934	07921	0705,188735100	-0,789631060	-2,809931060
090	079	8,077667200	08100	0726,990048000	-0,733332800	-2,776332800
091	065	8,302265795	08281	0755,506187300	-0,606634200	-2,672334200
092	047	8,663244289	08464	0797,018474600	-0,343555710	-2,431955710
093	040	8,838443010	08649	0821,975199900	-0,266256900	-2,377356990
094	031	9,110965491	08836	0856,430756100	-0,091634500	-2,225434500
095	022	9,471235026	09025	0899,767327400	+0,170735026	-1,985764970
096	015	9,867497615	09216	0947,279771000	+0,469097615	-1,710102380

097	009	10,38955931	09409	1007,787253000	+0,893259312	-1,308640680
098	002	11,90658786	09604	1166,845610000	+2,312387861	+0,087787861
099	001	12,60157159	09801	1247,555587000	+2,909471589	+0,662171589
100	001	12,60157159	10000	1260,157159000	+2,811571589	+0,541571589
5.050	31.065	608,888	338.350	33.115,4	114,493	-0,142

$$c_{MKQ} = \frac{33115,4}{338350} \quad c_{HKA} = \frac{608,888}{5050}$$

MKQ	MKQ	HKA	HKA
b	545	b	545
c	0,0979	c	0,1206
\bar{x}_{MAX}	129 a	\bar{x}_{MAX}	105 a
\bar{x}_{50}	64,4 a	\bar{x}_{50}	52,2 a
\bar{x}_{25}	75,6 a	\bar{x}_{25}	61,4 a
Σ	35.140,2 Pix	Σ	28.525,9 Pix
Σ	-	Σ	5.011.206 EW

Die dazugehörigen Grafiken.



8.5 Beispiel IIIb – Altersstruktur Ungarn – Männer

Stammdaten:

27.512,0 Pix – männlich

28.525,9 Pix – weiblich

56 041,9 Pix – Gesamt

Einwohner (EW): 9.845.000

175,7 EW/Pix

b = 561

X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	287	6,287009787	00001	0006,287009787	+6,178909787	+6,157709787
002	291	6,258516459	00004	0012,517032920	+6,042316459	+5,999916459
003	282	6,322603438	00009	0018,967810310	+5,998303438	+5,934703438
004	288	6,279888532	00016	0025,119554130	+5,847488532	+5,762688532
005	278	6,351074030	00025	0031,755370150	+5,810574030	+5,704574030
006	282	6,322603438	00036	0037,935620630	+5,674003438	+5,546803438
007	304	6,165652789	00049	0043,159569520	+5,408952789	+5,260552789
008	313	6,100970611	00064	0048,807764890	+5,236170611	+5,066570611
009	305	6,158485214	00081	0055,426366920	+5,185585214	+4,994785214
010	317	6,072077342	00100	0060,720773420	+4,991077342	+4,779077342
011	309	6,129769117	00121	0067,427460290	+4,940669117	+4,707469117
012	297	6,215718593	00144	0074,588623110	+4,918518593	+4,664118593
013	296	6,222857760	00169	0080,897150880	+4,817557760	+4,541957760
014	302	6,179975519	00196	0086,519657270	+4,666575519	+4,369775519
015	305	6,158485214	00225	0092,377278210	+4,536985214	+4,218985214
016	308	6,136955390	00256	0098,191286230	+4,407355390	+4,068155390
017	299	6,201431364	00289	0105,424333200	+4,363731364	+4,003331364
018	305	6,158485214	00324	0110,852733800	+4,212685214	+3,831085214
019	324	6,021248063	00361	0114,403713200	+0,967348063	+3,564548063
020	348	5,843494441	00400	0116,869888800	+3,681494441	+3,257494441
021	369	5,681614450	00441	0119,313903500	+3,411514450	+2,966314450
022	375	5,633903496	00484	0123,945876900	+3,255703496	+2,789303496
023	380	5,593556340	00529	0128,651795800	+3,107256340	+2,619656340
024	394	5,477333976	00576	0131,456015400	+2,882933976	+2,374133976
025	406	5,373223753	00625	0134,330593800	+2,670723753	+2,140723753
026	398	5,443135328	00676	0141,521518500	+2,632535328	+2,081335328
027	388	5,527770865	00729	0149,249813400	+2,609070865	+2,036670865
028	385	5,552627304	00784	0155,473564500	+2,525827304	+1,932227304
029	381	5,585418562	00841	0161,977138300	+2,450518562	+1,835718562
030	381	5,585418562	00900	0167,562556800	+2,342418562	+1,706418562
031	386	5,544367531	00961	0171,875393500	+2,193267531	+1,536067531
032	366	5,705202231	01024	0182,566471400	+2,246002231	+1,567602231
033	371	5,665792271	01089	0186,971144900	+2,098492271	+1,398892271
034	393	5,485810009	01156	0186,517540300	+1,810410009	+1,089610009
035	417	5,273368426	01225	0184,567894900	+1,489868426	+0,747868426
036	436	5,088360569	01296	0183,180980500	+1,196760569	+0,433560569
037	468	4,724547392	01369	0174,808253500	+0,724847392	-0,059552608
038	491	4,395956655	01444	0167,046352900	+0,288156655	-0,517443345
039	514	3,958698651	01521	0154,389247400	-0,257201349	-1,084001349
040	539	3,175499551	01600	0127,019982000	-1,148500449	-1,996500449
041	561	0,000000000	01681	0000,000000000	-4,432100000	-5,301300000

042	535	3,343291025	01764	0140,418223000	-1,196908975	-2,087308975
043	452	4,916519091	01849	0211,410320900	+0,268219091	-0,643380909
044	445	4,993820558	01936	0219,728104600	+0,237420558	-0,695379442
045	439	5,057405848	02025	0227,583263200	+0,192905848	-0,761094152
046	442	5,025902766	02116	0231,191527200	+0,053302766	-0,921897234
047	444	5,004580968	02209	0235,215305500	-0,076119032	-1,072519032
048	440	5,046967223	02304	0242,254426700	-0,141832777	-1,159432777
049	418	5,264052773	02401	0257,938585900	-0,032847227	-1,071647227
050	380	5,593556340	02500	0279,677817000	+0,188556340	-0,871443660
051	363	5,728622896	02601	0292,159767700	+0,215522896	-0,865677104
052	356	5,782666343	02704	0300,698649900	+0,161466343	-0,940933657
053	347	5,851034154	02809	0310,104810100	+0,121734154	-1,001865846
054	334	5,947925542	02916	0321,187979200	+0,110525542	-1,034274458
055	349	5,835941149	03025	0320,976763200	-0,109558851	-1,275558851
056	361	5,744147855	03136	0321,672279900	-0,309452145	-1,496652145
057	355	5,790321909	03249	0330,048348800	-0,371378091	-1,579778091
058	367	5,697358616	03364	0330,446799700	-0,572441384	-1,802041384
059	374	5,641907071	03481	0332,872517200	-0,735992929	-1,986792929
060	414	5,301067205	03600	0318,064032300	-1,184932795	-2,456932795
061	441	5,036466576	03721	0307,224461100	-1,557633424	-2,850833424
062	451	4,927783767	03844	0305,522593600	-1,774416233	-3,088816233
063	404	5,390901061	03969	0339,626766800	-1,419398939	-2,754998939
064	354	5,797962072	04096	0371,069572600	-1,120437928	-2,477237928
065	346	5,858560538	04225	0380,806435000	-1,167939462	-2,545939462
066	346	5,858560538	04356	0386,664995500	-1,276039462	-2,675239462
067	323	6,028532134	04489	0403,911653000	-1,214167866	-2,634567866
068	308	6,136955390	04624	0417,312966500	-1,213844610	-2,655444610
069	290	6,265642049	04761	0432,329301400	-1,193257951	-2,656057951
070	247	6,572905208	04900	0460,103364500	-0,994094792	-2,478094792
071	230	6,696776566	05041	0475,471136200	-0,978323434	-2,483523434
072	252	6,536864115	05184	0470,654216300	-1,246335885	-2,772735885
073	224	6,741120749	05329	0492,101814700	-1,150179251	-2,697779251
074	217	6,793367969	05476	0502,709229700	-1,206032031	-2,774832031
075	193	6,977827361	05625	0523,337052000	-1,129672639	-2,719672639
076	181	7,074023249	05776	0537,625767000	-1,141576751	-2,752776751
077	158	7,268540750	05929	0559,677637800	-1,055159250	-2,687559250
078	146	7,376799544	06084	0575,390364400	-1,055000456	-2,708600456
079	130	7,530612043	06241	0594,918351400	-1,009287957	-2,684087957
080	115	7,687347372	06400	0614,987789700	-0,960652628	-2,656652628
081	110	7,742922720	06561	0627,176740300	-1,013177280	-2,730377280
082	101	7,847998432	06724	0643,535871400	-1,016201568	-2,754601568
083	093	7,947724181	06889	0659,661107000	-1,024575819	-2,784175819
084	082	8,096787762	07056	0680,130172000	-0,983612238	-2,764412238
085	071	8,263485156	07225	0702,396238300	-0,925014844	-2,727014844
086	065	8,363923662	07396	0719,297434900	-0,932676338	-2,755876338
087	054	8,571218307	07569	0745,695992700	-0,833481693	-2,677881693
088	042	8,845880099	07744	0778,437448700	-0,666919901	-2,532519901
089	033	9,104201776	07921	0810,273958100	-0,516698224	-2,403498224
090	029	9,240946500	08100	0831,685185000	-0,488053500	-2,396053500
091	022	9,530247592	08281	0867,252530800	-0,306852408	-2,236052408
092	016	9,859751159	08464	0907,097106600	-0,085448841	-2,035848841
093	013	10,07286999	08649	0936,776909000	+0,019569990	-1,952030010
094	011	10,24356044	08836	0962,894681500	+0,082160442	-1,910639558
095	008	10,56744405	09025	1003,907185000	+0,297944051	-1,716055949
096	005	11,04284823	09216	1060,113430000	+0,665248233	-1,369951767

097	004	11,26778551	09409	1092,975194000	+0,782085507	-1,274314493
098	001	12,65944181	09604	1240,625297000	+2,065641811	-0,011958189
099	001	12,65944181	09801	1253,284739000	+1,957541811	-0,141258189
100	001	12,65944181	10000	1265,944181000	+1,849441811	-0,270558189
5.050	28.572	652,771	338.350	36.584,93	106,866	-0,1935

$$c_{MKQ} = \frac{36584,93}{338350} \quad c_{HKA} = \frac{652,771}{5050}$$

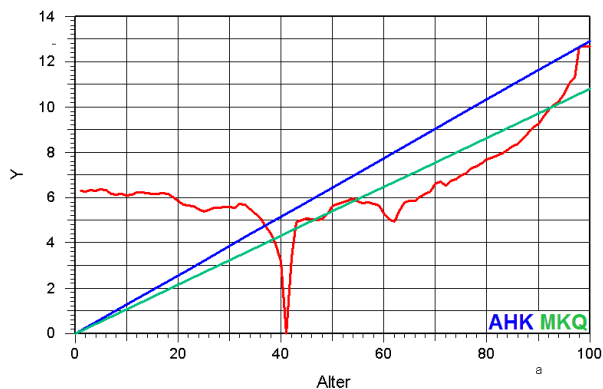
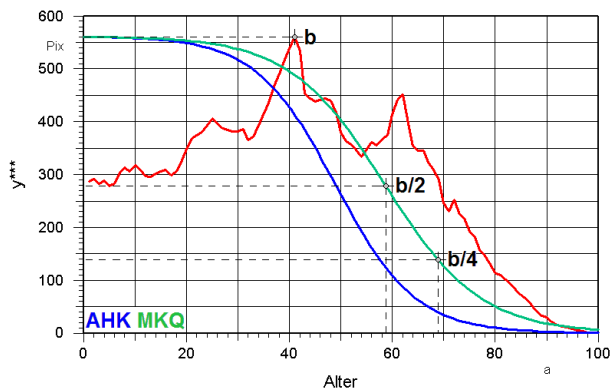
MKQ	MKQ	HKA	HKA
b	561	b	561
c	0,1081	c	0,1293
\bar{x}_{MAX}	117 a	\bar{x}_{MAX}	98 a
\bar{x}_{50}	58,6 a	\bar{x}_{50}	49,0 a
\bar{x}_{25}	68,8 a	\bar{x}_{25}	57,5 a
\sum	32.907,5 Pix	\sum	27.512 Pix
\sum	-	\sum	4.833.092 EW

Frauen leben demnach in Ungarn 75,6 – 68,8 = 6,8 Jahre länger als ihre Männer.

Der Männermangel beträgt demnach:

$$5.011.206 : 4.833.092 = 1000 : 965$$

Die dazugehörigen Grafiken.



8.6 Beispiel IVa – Alterstruktur Deutschland – Frauen

Stammdaten:

15.150,92 Pix – männlich

15.525,10 Pix – weiblich

30.676,02 Pix – Gesamt

Einwohner (EW): 81.410.000

2.653,9 EW/Pix

b = 284

X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	145	5,613882918	00001	0005,613882918	+5,530982918	+5,510182918
002	145	5,613882918	00004	0011,227765840	+5,448082918	+5,406482918
003	140	5,684065558	00009	0017,052196670	+5,435365558	+5,372965558
004	140	5,684065558	00016	0022,736262230	+5,352465558	+5,269265558
005	137	5,726205586	00025	0028,631027930	+5,311705586	+5,207705586
006	141	5,670027647	00036	0034,020165880	+5,172627647	+5,047827647
007	138	5,712153140	00049	0039,985071980	+5,131853140	+4,986253140
008	142	5,655991811	00064	0045,247934490	+4,992791811	+4,826391811
009	140	5,684065558	00081	0051,156590020	+4,937965558	+4,750765558
010	139	5,698106927	00100	0056,981069270	+4,869106927	+4,661106927
011	140	5,684065558	00121	0062,524721140	+4,772165558	+4,543365558
012	144	5,627920829	00144	0067,535049950	+4,633120829	+4,383520829
013	144	5,627920829	00169	0073,162970780	+4,550220829	+4,279820829
014	146	5,599841550	00196	0078,397781690	+4,439241550	+4,148041550
015	149	5,557682818	00225	0083,365242270	+4,314182818	+4,002182818
016	157	5,444758697	00256	0087,116139150	+4,118358697	+3,785558697
017	157	5,444758697	00289	0092,560897840	+4,035458697	+3,681858697
018	160	5,402114160	00324	0097,238054880	+3,909914160	+3,535514160
019	167	5,301665050	00361	0100,731636000	+3,726565050	+3,331365050
020	167	5,301665050	00400	0106,033301000	+3,643665050	+3,227665050
021	164	5,344898356	00441	0112,242865500	+3,603998356	+3,167198356
022	169	5,272665714	00484	0115,998645700	+3,448865714	+2,991265714
023	176	5,169838125	00529	0118,906276900	+3,263138125	+2,784738125
024	182	5,079696539	00576	0121,912716900	+3,090096539	+2,590896539
025	190	4,955827058	00625	0123,895676400	+2,883327058	+2,363327058
026	208	4,655241580	00676	0121,036281100	+2,499841580	+1,959041580
027	207	4,672964272	00729	0126,170035300	+2,434664272	+1,873064272
028	213	4,564348191	00784	0127,801749400	+2,243148191	+1,660748191
029	209	4,637373326	00841	0134,483826500	+2,233273326	+1,630073326
030	206	4,690545922	00900	0140,716377700	+2,203545922	+1,579545922
031	201	4,776486129	00961	0148,071070000	+2,206586129	+1,561786129
032	201	4,776486129	01024	0152,847556100	+2,123686129	+1,458086129
033	201	4,776486129	01089	0157,624042300	+2,040786129	+1,354386129
034	206	4,690545922	01156	0159,478561300	+1,871945922	+1,164745922
035	206	4,690545922	01225	0164,169107300	+1,789045922	+1,061045922
036	207	4,672964272	01296	0168,226713800	+1,688564272	+0,939764272
037	198	4,826615326	01369	0178,584767100	+1,759315326	+0,989715326
038	195	4,875784350	01444	0185,279805300	+1,725584350	+0,935184350
039	193	4,908072626	01521	0191,414832400	+1,674972626	+0,863772626
040	190	4,955827058	01600	0198,233082300	+1,639827058	+0,807827058
041	186	5,018347415	01681	0205,752244000	+1,619447415	+0,766647415

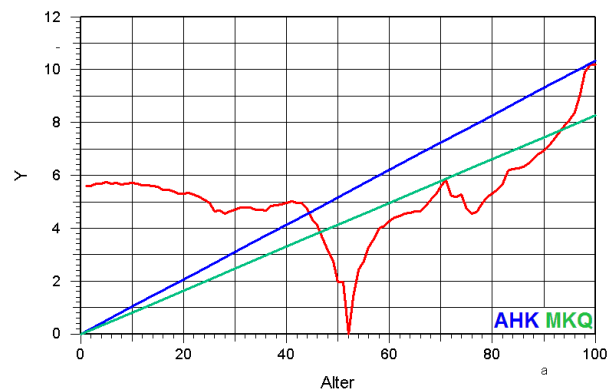
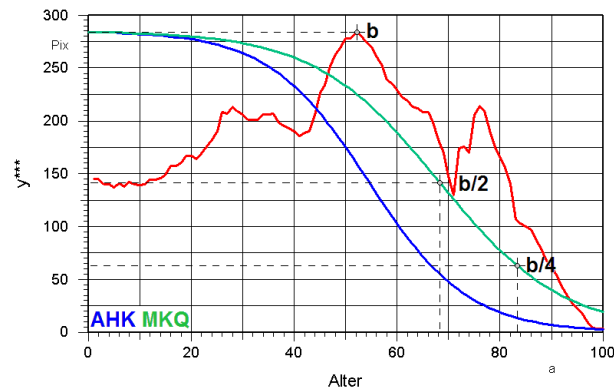
042	189	4,971575415	01764	0208,806167400	+1,489775415	+0,616175415
043	190	4,955827058	01849	0213,100563500	+1,391127058	+0,496727058
044	205	4,707990894	01936	0207,151599300	+1,060390894	+0,145190894
045	226	4,305976683	02025	0193,768950700	+0,575476683	-0,360523317
046	234	4,125478756	02116	0189,772022800	+0,312078756	-0,644721244
047	252	3,616052712	02209	0169,954477500	-0,280247288	-1,257847288
048	263	3,167862659	02304	0152,057407600	-0,811337341	-1,809737341
049	270	2,758602480	02401	0135,171521500	-1,303497520	-2,322697520
050	278	1,967263274	02500	0098,363163680	-2,177736726	-3,217736726
051	278	1,967263274	02601	0100,330426900	-2,260636726	-3,321436726
052	284	0,000000000	02704	0000,000000000	-4,310800000	-5,392400000
053	281	1,396913930	02809	0074,036438290	-2,996786070	-4,099186070
054	274	2,433741405	02916	0131,422035800	-2,042858595	-3,166058595
055	270	2,758602480	03025	0151,723136400	-1,800897520	-2,944897520
056	261	3,262507661	03136	0182,700429000	-1,379892339	-2,544692339
057	253	3,581320652	03249	0204,135277200	-1,143979348	-2,329579348
058	239	4,001152083	03364	0232,066820800	-0,807047917	-2,013447917
059	235	4,101411729	03481	0241,983292000	-0,789688271	-2,016888271
060	229	4,240603925	03600	0254,436235500	-0,733396075	-1,981396075
061	222	4,389431583	03721	0267,755326500	-0,667468417	-1,936268417
062	219	4,449557250	03844	0275,872549500	-0,690242750	-1,979842750
063	213	4,564348191	03969	0287,553936100	-0,658351809	-1,968751809
064	212	4,582847405	04096	0293,302233900	-0,722752595	-2,053952595
065	208	4,655241580	04225	0302,590702700	-0,733258420	-2,085258420
066	208	4,655241580	04356	0307,245944300	-0,816158420	-2,188958420
067	199	4,810016710	04489	0322,271119500	-0,744283290	-2,137883290
068	182	5,079696539	04624	0345,419364700	-0,557503461	-1,971903461
069	170	5,258107929	04761	0362,809447100	-0,461992071	-1,897192071
070	148	5,571742890	04900	0390,022002300	-0,231257110	-1,687257110
071	130	5,824864905	05041	0413,565408200	-0,061035095	-1,537835095
072	174	5,199449140	05184	0374,360338100	-0,769350860	-2,266950860
073	176	5,169838125	05329	0377,398183200	-0,881861875	-2,400261875
074	170	5,258107929	05476	0389,099986800	-0,876492071	-2,415692071
075	205	4,707990894	05625	0353,099317000	-1,509509106	-3,069509106
076	214	4,545678100	05776	0345,471535600	-1,754721900	-3,335521900
077	210	4,619354821	05929	0355,690321200	-1,763945179	-3,365545179
078	191	4,939995592	06084	0385,319656200	-1,526204408	-3,148604408
079	175	5,184668630	06241	0409,588821800	-1,364431370	-3,007631370
080	166	5,316109943	06400	0425,288795400	-1,315890057	-2,979890057
081	156	5,458930635	06561	0442,173381500	-1,255969365	-2,940769365
082	140	5,684065558	06724	0466,093375800	-1,113734442	-2,819334442
083	107	6,157928954	06889	0511,108103200	-0,722771046	-2,449171046
084	103	6,218251937	07056	0522,333162700	-0,745348063	-2,492548063
085	100	6,264159877	07225	0532,453589600	-0,782340123	-2,550340123
086	097	6,310705222	07396	0542,720649100	-0,818694778	-2,607494778
087	088	6,454841152	07569	0561,571180300	-0,757458848	-2,567058848
088	079	6,607402554	07744	0581,451424800	-0,687797446	-2,518197446
089	068	6,809363887	07921	0606,033385900	-0,568736113	-2,419936113
090	061	6,949746426	08100	0625,477178300	-0,511253574	-2,383253574
091	054	7,102407902	08281	0646,319119100	-0,441492098	-2,334292098
092	043	7,376711849	08464	0678,657490100	-0,250088151	-2,163688151
093	035	7,615087095	08649	0708,203099800	-0,094612905	-2,029012905
094	028	7,865845813	08836	0739,389506400	+0,073245813	-1,881954187
095	023	8,081824526	09025	0767,773330000	+0,206324526	-1,769675474
096	017	8,406747875	09216	0807,047796000	+0,448347875	-1,548452125

097	009	9,072150527	09409	0879,998601100	+1,030850527	-0,986749473
098	004	9,901034546	09604	0970,301385500	+1,776834546	-0,261565454
099	003	10,19226902	09801	1009,034633000	+1,985169020	-0,074030980
100	003	10,19226902	10000	1019,226902000	+1,902269020	-0,177730980
5.050	16.767	523,571	338.350	28.056,24	104,925	-0,1144

$$c_{MKQ} = \frac{28056,24}{338350} \quad c_{HKA} = \frac{523,571}{5050}$$

MKQ	MKQ	HKA	HKA
b	284	b	284
c	0,0829	c	0,1037
\bar{x}_{MAX}	136 a	\bar{x}_{MAX}	109 a
\bar{x}_{50}	68,1 a	\bar{x}_{50}	54,5 a
\bar{x}_{25}	81,5 a	\bar{x}_{25}	65,1 a
\sum	17.376,2 Pix	\sum	15.525,1 Pix
\sum	-	\sum	41.201.512 EW

Die dazugehörigen Grafiken.



8.7 Beispiel IVb – Altersstruktur Deutschland – Männer

Stammdaten:

15.150,92 Pix – männlich

15.525,10 Pix – weiblich

30.676,02 Pix – Gesamt

Einwohner (EW): 81.410.000

2.653,9 EW/Pix

b = 290

X Alter in a	y^{***} Pix- Wert	Y	$X \cdot X$	$X \cdot Y$	Δ_{MKQ}	Δ_{HKA}
001	155	5,539110692	00001	0005,539110692	+5,448810692	+5,430210692
002	153	5,566696687	00004	0011,133393370	+5,386096687	+5,348896687
003	148	5,635513279	00009	0016,906539840	+5,364613279	+5,308813279
004	148	5,635513279	00016	0022,542053120	+5,274313279	+5,199913279
005	145	5,676753802	00025	0028,383769010	+5,225253802	+5,132253802
006	148	5,635513279	00036	0033,813079680	+5,093713279	+4,982113279
007	146	5,663008044	00049	0039,641056310	+5,030908044	+4,900708044
008	150	5,608005519	00064	0044,864044150	+4,885605519	+4,736805519
009	150	5,608005519	00081	0050,472049670	+4,795305519	+4,627905519
010	147	5,649261636	00100	0056,492616360	+4,746261636	+4,560261636
011	149	5,621761675	00121	0061,839378420	+4,628461675	+4,423861675
012	153	5,566696687	00144	0066,800360240	+4,483096687	+4,259896687
013	153	5,566696687	00169	0072,367056930	+4,392796687	+4,150996687
014	154	5,552909246	00196	0077,740729450	+4,288709246	+4,028309246
015	159	5,483778643	00225	0082,256679650	+4,129278643	+3,850278643
016	167	5,372168676	00256	0085,954698820	+3,927368676	+3,629768676
017	171	5,315709109	00289	0090,367054860	+3,780609109	+3,464409109
018	175	5,258685140	00324	0094,656332520	+3,633285140	+3,298485140
019	175	5,258685140	00361	0099,915017660	+3,542985140	+3,189585140
020	175	5,258685140	00400	0105,173702800	+3,452685140	+3,080685140
021	183	5,142525997	00441	0107,993045900	+3,246225997	+2,855625997
022	187	5,083163205	00484	0111,829590500	+3,096563205	+2,687363205
023	194	4,976733742	00529	0114,464876100	+2,899833742	+2,472033742
024	197	4,929971977	00576	0118,319327400	+2,762771977	+2,316371977
025	205	4,801218240	00625	0120,030456000	+2,543718240	+2,078718240
026	227	4,403813989	00676	0114,499163700	+2,056013989	+1,572413989
027	224	4,462927491	00729	0120,499042200	+2,024827491	+1,522627491
028	230	4,342675478	00784	0121,594913400	+1,814275478	+1,293475478
029	235	4,235647100	00841	0122,833765900	+1,616947100	+1,077547100
030	220	4,538933254	00900	0136,167997600	+1,829933254	+1,271933254
031	214	4,647710330	00961	0144,079020200	+1,848410330	+1,271810330
032	212	4,682742501	01024	0149,847760000	+1,793142501	+1,197942501
033	212	4,682742501	01089	0154,530502500	+1,702842501	+1,089042501
034	216	4,612090629	01156	0156,811081400	+1,541890629	+0,909490629
035	213	4,665297584	01225	0163,285415400	+1,504797584	+0,853797584
036	214	4,647710330	01296	0167,317571900	+1,396910330	+0,727310330
037	202	4,850249595	01369	0179,459235000	+1,509149595	+0,820949595
038	199	4,898364675	01444	0186,137857700	+1,466964675	+0,760164675
039	198	4,914213385	01521	0191,654322000	+1,392513385	+0,667113385
040	194	4,976733742	01600	0199,069349700	+1,364733742	+0,620733742
041	189	5,053106721	01681	0207,177375600	+1,350806721	+0,588206721

042	191	5,022777681	01764	0210,956662600	+1,230177681	+0,448977681
043	192	5,007505401	01849	0215,322732200	+1,124605401	+0,324805401
044	210	4,717222547	01936	0207,557792100	+0,744022547	-0,074377453
045	231	4,321807775	02025	0194,481349900	+0,258307775	-0,578692225
046	240	4,121067632	02116	0189,569111100	-0,032732368	-0,888332368
047	259	3,578788764	02209	0168,203071900	-0,665311236	-1,539511236
048	271	3,063494376	02304	0147,047730000	-1,270905624	-2,163705624
049	278	2,607209167	02401	0127,753249200	-1,817490833	-2,728890833
050	285	1,809151212	02500	0090,457560600	-2,705848788	-3,635848788
051	287	1,396693068	02601	0071,231346490	-3,208606932	-4,157206932
052	290	0,000000000	02704	0000,000000000	-4,695600000	-5,662800000
053	287	1,396693068	02809	0074,024732620	-3,389206932	-4,375006932
054	278	2,607209167	02916	0140,789295000	-2,268990833	-3,273390833
055	272	3,008517836	03025	0165,468481000	-1,957982164	-2,980982164
056	262	3,468832249	03136	0194,254606000	-1,587967751	-2,629567751
057	254	3,743464569	03249	0213,377480400	-1,403635431	-2,463835431
058	239	4,144661090	03364	0240,390343200	-1,092738910	-2,171538910
059	233	4,279285480	03481	0252,477843300	-1,048414520	-2,145814520
060	225	4,443435263	03600	0266,606115800	-0,974564737	-2,090564737
061	216	4,612090629	03721	0281,337528400	-0,896209371	-2,030809371
062	209	4,734265918	03844	0293,524486900	-0,864334082	-2,017534082
063	200	4,882423063	03969	0307,592653000	-0,806476937	-1,978276937
064	199	4,898364675	04096	0313,495339200	-0,880835325	-2,071235325
065	194	4,976733742	04225	0323,487693300	-0,892766258	-2,101766258
066	193	4,992158213	04356	0329,482442000	-0,967641787	-2,195241787
067	185	5,112964192	04489	0342,568600900	-0,937135808	-2,183335808
068	168	5,358101299	04624	0364,350888300	-0,782298701	-2,047098701
069	157	5,511474918	04761	0380,291769300	-0,719225082	-2,002625082
070	134	5,828286928	04900	0407,980085000	-0,492713072	-1,794713072
071	116	6,081076706	05041	0431,756446100	-0,330223294	-1,650823294
072	159	5,483778643	05184	0394,832062300	-1,017821357	-2,357021357
073	154	5,552909246	05329	0405,362375000	-1,038990754	-2,396790754
074	146	5,663008044	05476	0419,062595200	-1,019191956	-2,395591956
075	173	5,287273953	05625	0396,545546500	-1,485226047	-2,880226047
076	177	5,229929639	05776	0397,474652500	-1,632870361	-3,046470361
077	169	5,344003253	05929	0411,488250500	-1,609096747	-3,041296747
078	152	5,580474335	06084	0435,276998200	-1,462925665	-2,913725665
079	136	5,800651154	06241	0458,251441200	-1,333048846	-2,802448846
080	125	5,953554974	06400	0476,284397900	-1,270445026	-2,758445026
081	113	6,124276655	06561	0496,066409000	-1,190023345	-2,696623345
082	097	6,363028104	06724	0521,768304500	-1,041571896	-2,566771896
083	073	6,763916545	06889	0561,405073200	-0,730983455	-2,274783455
084	066	6,896326583	07056	0579,291433000	-0,688873417	-2,251273417
085	060	7,017954071	07225	0596,526096100	-0,657545929	-2,238545929
086	056	7,104114746	07396	0610,953868200	-0,661685254	-2,261285254
087	048	7,291741355	07569	0634,381497900	-0,564358645	-2,182558645
088	041	7,477769774	07744	0658,043740100	-0,468630226	-2,105430226
089	032	7,760973082	07921	0690,726604300	-0,275726918	-1,931126918
090	025	8,034501407	08100	0723,105126600	-0,092498593	-1,766498593
091	019	8,331244010	08281	0758,143204900	+0,113944010	-1,578655990
092	014	8,654841100	08464	0796,245381200	+0,347241100	-1,363958900
093	010	9,005650499	08649	0837,525496400	+0,607750499	-1,122049501
094	009	9,114563417	08836	0856,768961200	+0,626363417	-1,122036583
095	006	9,530610634	09025	0905,408010200	+0,952110634	-0,814889366
096	004	9,943068778	09216	0954,534602700	+1,274268778	-0,511331222

097	002	10,64316043	09409	1032,386562000	+1,884060431	+0,079860431
098	001	11,33976185	09604	1111,296661000	+2,490361846	+0,667561846
099	001	11,33976185	09801	1122,636423000	+2,400061846	+0,558661846
100	001	11,33976185	10000	1133,976185000	+2,309761846	+0,449761846
5.050	16.310	549,72	338.350	30.556,07	93,705	-0,2249

$$c_{MKQ} = \frac{30556,07}{338350} \quad c_{HKA} = \frac{549,72}{5050}$$

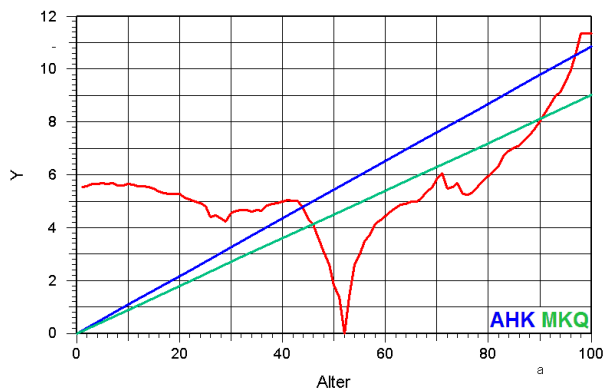
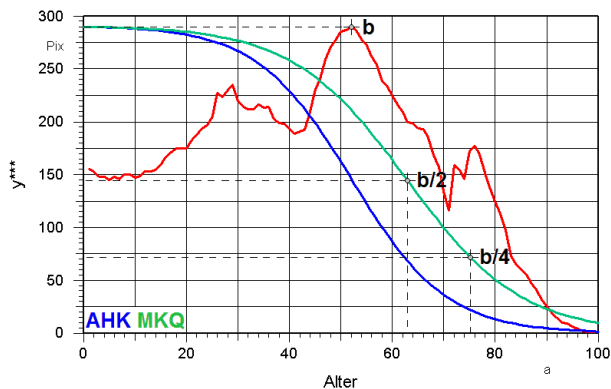
MKQ	MKQ	HKA	HKA
b	290	b	290
c	0,0903	c	0,1089
\bar{x}_{MAX}	126 a	\bar{x}_{MAX}	104 a
\bar{x}_{50}	62,7 a	\bar{x}_{50}	52,1 a
\bar{x}_{25}	75,0 a	\bar{x}_{25}	62,2 a
Σ	18.271,71 Pix	Σ	15.150,92 Pix
Σ	-	Σ	40.208.489 EW

Frauen leben demnach in Deutschland 81,5 – 75,0 = 6,5 Jahre länger als ihre Männer.

Der Männermangel beträgt demnach:

$$41.201.512 : 40.208.489 = 1000 : 976$$

Die dazugehörigen Grafiken.



9 Die Bedeutung der Werte Δ_{MKQ} und Δ_{HKA}

Die Transformation der y^{***} - in Y - Werte erfolgt über die bekannte Vorschrift.

$$Y = \ln \left(\frac{b}{y^{***}} \cdot (b + 1 - y^{***}) \right) \quad \text{mit} \quad y^{***} = \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}}$$

⇒

$$Y = \ln \left(\frac{b}{\frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}}} \cdot \left(b + 1 - \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}} \right) \right)$$

⇒

$$Y = c \cdot x$$

Die lineare Regression ohne Inhomogenität ist demnach unabhängig von b . Daher auch die relativ freie Wahl für b im konkreten Anwendungsfall.

Desweiteren gilt:

$$\Delta = \{Y - c \cdot x\}$$

⇒

$$\Delta = 0$$

Damit ist Δ_{MKQ} und Δ_{HKA} eine Information über die Güte der ermittelten Werte.

- Δ_{HKA} ist eine Information der gelungenen, fehlerfreien, linearen Regression.
- Δ_{MKQ} ist eine Information der Erfüllung der angenommenen Bienenkorbvoraussetzung.

Beispiel	Δ_{MKQ}	b	c	$\frac{y_{MKQ}}{b}$
Idealfall	0,51630	100	0,09930	0,999
Female – USA	45,0677	201	0,07735	0,865
Male – USA	19,8504	198	0,08310	0,979
Female – HU	114,493	545	0,09790	0,007
Male – HU	106,866	561	0,10810	0,005
Female – DE	104,925	284	0,08290	0,045
Male – DE	93,7050	290	0,09030	0,058

Mit:

$$y = \frac{b \cdot (b + 1)}{b + e^{c \cdot x}}$$

⇒

$$\frac{y_{MKQ}}{b} = \frac{b + 1}{b + e^{c_{MKQ} \cdot \Delta_{MKQ}}}$$

Bei einem Wert $\frac{y_{MKQ}}{b} = 1$ ist die Voraussetzung ideal erfüllt, da für ein gefordertes

$$c_{MKQ} \cdot \Delta_{MKQ} \rightarrow 0$$

gilt:

$$\frac{y_{MKQ}}{b} = 1$$

10 Vergleich der ermittelten mit gegebenen, offiziellen Werten

Vergleichswerte entnommen aus: Statistisches Bundesamt – DeStatis.

- **Frauen:**

Land	\bar{x}_{25}	DeStatis - 2015	Differenz	$\frac{y_{MKQ}}{b}$
USA	82,8a	81,2a	1,6a	0,865
HU	75,6a	79,0a	3,4a	0,007
DE	81,5a	83,1a	1,6a	0,045

- **Männer:**

Land	\bar{x}_{25}	DeStatis - 2015	Differenz	$\frac{y_{MKQ}}{b}$
USA	76,9a	76,4a	0,5a	0,979
HU	68,8a	72,3a	3,5a	0,005
DE	75,0a	78,3a	3,3a	0,058

- **Differenz:**

Land	$\Delta\bar{x}_{25}$	DeStatis - 2015	Differenz	$\ominus\frac{y_{MKQ}}{b}$
USA	5,9a	4,8a	1,1a	0,922
HU	6,8a	6,7a	0,1a	0,006
DE	6,5a	4,8a	1,7a	0,052