

Der Faserstretcher

Aufbau und Wirkungsweise

Dipl.- Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc.

www.Zenithpoint.de

Erstellt: 01. Juli. 2010 – Letzte Revision: 21. Mai 2021

Inhaltsverzeichnis

1 Faserstretcher	3
1.1 Begriffsbestimmung	3
1.2 Theoretische Grundlagen	4
1.2.1 Die Änderung der Länge der Faser infolge Dehnung	5
1.2.2 Die Änderung des Brechungsindex infolge Temperatur	6
1.2.3 Die Änderung des Brechungsindex infolge Biegespannung	7
1.2.4 Die Änderung des Brechungsindex infolge Normalspannung	8
1.2.5 Die Dämpfung infolge Krümmung der Faser	9
1.3 Implementierung	10
2 Berechnung der Faserlängenänderung mehrlagiger Systeme	11
2.1 Längenänderung ΔL	11
2.2 Faserlänge L_0	12
2.3 Längenänderung ΔL_n	13
2.4 Effektiver Durchmesser D	15
2.5 Beispiel	16
3 Einführung der Querkontraktion	17
3.1 Längenänderung ΔL_n^*	17
3.2 Effektiver Durchmesser D^*	18
3.3 Beispiel	19
4 Maximale Lagenanzahl m_{MAX}	20
4.1 Infolge Q	20
4.2 Infolge $\frac{d}{dm} \Delta L_n = 0$	21
4.3 Beispiel	22
5 Technologische Größen	23
5.1 Phasenverschiebung $\Delta\varphi$	23
5.2 Zeitverzögerung Δt	24
5.3 Windungsanzahl N	25
5.4 Faserlänge L	26
5.5 Beispiel	27
6 Lagenanzahl N ohne seitliche Begrenzung	28
6.1 Herleitung - unvollständig	28
6.2 Beispiel	29
6.3 Herleitung - vollständig	30
6.4 Beispiel	31

7	Lagenanzahl N mit seitlicher Begrenzung	32
7.1	Herleitung	32
7.2	Beispiel	33
8	Querkontraktionseinfluss - Maximale Anzahl Lagen m_{MAX}	34
8.1	Herleitung	34
8.2	Beispiel	35
9	Querkontraktionseinfluss - Maximale Faserdehnung ΔL_{MAX}	36
9.1	Herleitung	36
9.2	Beispiel	37
10	Realisierungsmöglichkeit	38
10.1	Aufbau	38
10.2	Parameter	39
10.3	Darstellung	40
11	Zusammenfassung - Berechnungsgrundlagen	41
12	Anwendungsbeispiel	42
12.1	Dämpfung einer Faser infolge Biegung I	42
12.2	Dämpfung einer Faser infolge Biegung II	44
12.3	Dämpfung einer Faser infolge Normalspannung	46

Literatur

- [001] Keine für vorliegenden Text.
- [006] glassproperties.com/refractive_index.
- [Ber] Bernhard Zintzen. Untersuchung zur thermischen Gestaltung von Hochleistungsfaserlasern.
- [Dip11] Dipl.- Ing. Björnsterne Zindler, M.Sc. Aufbau von faserbasierten Interferometern für die Quantenkryptografie., 2011.
- [Jür] Jürgen Jahns. Photonik-Grundlagen, Komponenten und Systeme, Kapitel 8.3.3 Strahlungsverluste durch Krümmung der Faser.
- [T.] T. Toyoda, M. Yabe. The temperature dependence of the refractive indices of fused silica and crystal quartz.
-

1 Faserstretcher

1.1 Begriffsbestimmung

Der **Faserstretcher** (englisch fiber stretcher, FS) ist ein faseroptisches Bauelement, das zur Erzeugung oder Kompensation von Weglängen- oder Phasenveränderungen geeignet ist. Eine spezielle Bauart kann auch für eine erwünschte einstellbare Dämpfung im Faserweg genutzt werden. [001]ff.

1.2 Theoretische Grundlagen

Die hauptsächlich nutzbaren physikalischen Größen sind unter anderen:

- ΔL die Änderung der Länge der Faser infolge Dehnung
- Δn_T die Änderung des Brechungsindex infolge Temperatur
- Δn_B die Änderung des Brechungsindex infolge Biegespannung
- Δn_N die Änderung des Brechungsindex infolge Normalspannung
- ΔP die Dämpfung infolge Krümmung der Faser

Je nach vorliegendem Aufbau des konkreten Stretchers können gleichzeitig mehrere der genannten Ursachen die Wirkung des Faserstretchers erzielen.

1.2.1 Die Änderung der Länge der Faser infolge Dehnung

Wird ein Lichtwellenleiter durch geeignete Maßnahmen in der Länge vergrößert, dann kommt es infolge dieser Längenänderung ΔL zu einer Signallaufzeitänderung Δt .

[Dip11]

$$\Delta t = \frac{n_0}{c_0} \cdot \Delta L$$

Wobei c_0 die Vakuumlichtgeschwindigkeit bezeichnet und n_0 den als konstant angenommenen Kernbrechungsindex der Faser über den gesamten Bereich von ΔL .

Wird statt der Signallaufzeit- die Phasenänderung $\Delta\varphi$ gebraucht, kann diese mit der Wellenlänge λ des verwendeten Lichtes berechnet werden.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{c_0}{n_0} \cdot \Delta t$$

Durch das Gleichsetzen der Δt - Terme ist ohne Umweg aus ΔL die Phasenänderung berechenbar.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L$$

1.2.2 Die Änderung des Brechungsindex infolge Temperatur

[Ber][T.]

Unter der Annahme, dass die Faser homogen im Kern die Temperaturänderung ΔT erfährt, lässt sich der geänderte Brechungsindex n_T berechnen durch:

$$n_T = n_0 + \Delta n_T = n_0 + \beta \cdot \Delta T$$

Wobei $\beta = 12,2 \cdot 10^{-6} \cdot K^{-1}$ hier z. B. die thermische Brechungsindexänderung von Quarzglas darstellt.

1.2.3 Die Änderung des Brechungsindex infolge Biegespannung

Wird eine Faser gebogen, treten in dieser Biegespannungen σ_B auf, welche den Brechungsindex des Kerns zu n_B ändern. Ober- und unterhalb der neutralen Faser besitzen diese Änderungen unterschiedliche Vorzeichen. Für eine Standard- Monomodefaser ist

[Ber]

$$n_B = n_0 \pm \Delta n_B = n_0 \pm \alpha \cdot \frac{r}{\rho}$$

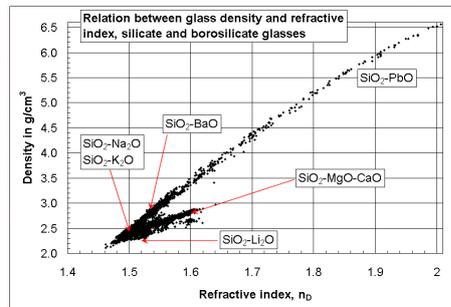
zu erwarten. Wobei für r der Faserkern- und ρ der Biegeradius einzusetzen ist. Der Wert $\alpha = 30 \cdot 10^{-3}$ stellt hier beispielshalber die spannungsabhängige Brechungsindexänderung von Quarzglas dar.

1.2.4 Die Änderung des Brechungsindex infolge Normalspannung

Wird eine Faser gezogen, bewirkt diese Längenänderung das Auftreten einer Normalspannung σ_N in der Faser. Erfolgt das Einbringen von σ_N auf einem Faserstretcher ist für eine Standard- Monomodefaser

$$n_N = n_0 + \Delta n_N = n_0 + \gamma \cdot \frac{\Delta L}{L_0}$$

zu erwarten. Der Wert γ ist dotierungsabhängig und kann nach [006] berechnet werden.



Relation between density and refractive index, silicate and borosilicate glasses. Quelle: [006]

• Kalium-, natrium-, barium- und bleidotierte Gläser:

Die Berechnungsgrundlage ist die lineare Regressionsfunktion.

$$n_{K,Na,Ba,Pb} = 0,116 \cdot \rho + 1,217$$

Damit ergibt sich:

$$\gamma_{K,Na,Ba,Pb} = -0,116 \cdot \rho = -0,116 \cdot 2,201 = -0,255$$

• Magnesium- und calziumdotierte Gläser:

Die Berechnungsgrundlage ist die lineare Regressionsfunktion.

$$n_{Mg,Ca} = 0,200 \cdot \rho + 1,040$$

Damit ergibt sich:

$$\gamma_{Mg,Ca} = -0,200 \cdot \rho = -0,200 \cdot 2,201 = -0,440$$

• Lithiumdotierte Gläser:

Die Berechnungsgrundlage ist die lineare Regressionsfunktion.

$$n_{Li} = 0,255 \cdot \rho + 0,924$$

Damit ergibt sich:

$$\gamma_{Li} = -0,255 \cdot \rho = -0,255 \cdot 2,201 = -0,560$$

1.2.5 Die Dämpfung infolge Krümmung der Faser

Ab einem kritischen Krümmungsradius r_K tritt Licht aus einer gebogenen Faser aus, was zu einer Dämpfung führt. Dabei gilt bei verwendeter Wellenlänge λ und den Brechungsindizes von Faserkern und Mantel:

$$r_K \propto \lambda \quad r_K \propto (n_{\text{Kern}} - n_{\text{Mantel}})^{-1}$$

[Jür]

Soll ein Faserstretcher aufgebaut werden, das als regelbares Element die Dämpfung beinhaltet, sind Fasern zu verwenden, welche eine geringe Differenz zwischen den Brechungsindizes von Kern und Mantel aufweisen.

$$P_{\text{EIN}} \cdot 10^{-\alpha_K \cdot \rho} = P_{\text{AUS}}$$

$$l_E = l_A \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

⇒

$$U_E = U_A \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

⇒

$$d_E = d_A \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

1.3 Implementierung

[001]ff.

Faserstretcher sind kommerziell erhältlich. Der auf die jeweils experimentelle Aufgabe und Umgebung zugeschnittene Selbstbau wird jedoch weiterhin präferiert.



Bildbeispiel zweier Faserstretcher in einem Michelson-Interferometer zum Zweck der Implementierung der Time-Bin-Kodierung. Links oben ein Faserstretcher auf piezoelektrischer Basis mit dem regelbaren 1kV-Netzteil rechts daneben und links unten ein Stretcher mit thermischen Wirkprinzip auf Aluminiumring aufgebracht, beide mit einem Durchmesser von 70mm.

2 Berechnung der Faserlängenänderung mehrlagiger Systeme

2.1 Längenänderung ΔL

Gegeben ist die Dehnung einer Faser ε , die Ausgangslänge L_0 und die Längenänderung ΔL .

$$\Delta L = \varepsilon \cdot L_0$$

2.2 Faserlänge L_0

$$L_0 = \pi \cdot (d_0 + d_F)$$

Mit:

$d_0 =$ Durchmesser des Ringes im Ruhezustand
 $d_F =$ Faserdurchmesser

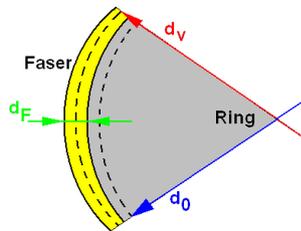
2.3 Längenänderung ΔL_n

1. Lage

$$L_{V;1} = \pi \cdot (d_0 + d_e + d_F)$$

Mit:

$d_e =$ Expansionsanteil des Ringes im vergrößerten Zustand



Damit ist ΔL ermittelt.

$$\Delta L_1 = L_{V;1} - L_0$$

\Rightarrow

$$\Delta L_1 = \pi \cdot (d_0 + d_e + d_F) - \pi \cdot (d_0 + d_F)$$

\Rightarrow

$$\Delta L_1 = N \cdot \pi \cdot d_e$$

Mit:

$N =$ Windungszahl

Anpassung an ein Lagensystem:

2. Lage

$$L_{V;2} = \pi \cdot (d_0 + d_e + 3 \cdot d_F)$$

\Rightarrow

$$\Delta L_2 = N_2 \cdot \pi \cdot (d_e + 2 \cdot d_F)$$

3. Lage

$$L_{V;3} = \pi \cdot (d_0 + d_e + 5 \cdot d_F)$$

\Rightarrow

$$\Delta L_3 = N_3 \cdot \pi \cdot (d_e + 4 \cdot d_F)$$

n. Lage

$$L_{V;n} = \pi \cdot (d_0 + d_e + (2n - 1) \cdot d_F)$$

\Rightarrow

$$\Delta L_n = N_n \cdot \pi \cdot (d_e + 2 \cdot (n - 1) \cdot d_F)$$

Die Summe aller einzelner ΔL_n ergibt die gesamte Längenänderung:

$$\sum_{n=1}^m \Delta L_n = \Delta L = \pi \cdot \sum_{n=1}^m N_n \cdot (d_e + 2 \cdot (n - 1) \cdot d_F)$$

Unter der Annahme, dass die Windungszahl jeder einzelnen Lage gleich sei, kann weiter vereinfacht werden:

$$N_1 = N_2 = N_3 = \dots = N_n = N$$

\Rightarrow

$$\sum_{n=1}^m \Delta L_n = N \cdot \pi \cdot \sum_{n=1}^m (d_e + 2 \cdot (n - 1) \cdot d_F)$$

In dieser Form kann die rechte Summe aufgelöst werden:

$$\Delta L = N \cdot \pi \cdot D$$

Mit:

$N =$ Gesamtanzahl Wicklungen um den Piezoring
 $D =$ effektiver Durchmesser des mehrlagigen Systems

$$D = d_e + d_F \cdot (m - 1)$$

2.4 Effektiver Durchmesser D

Im effektiven Durchmesser D sind zwei Längenänderungen enthalten, der passive (statische) Anteil, infolge der Vergrößerung des Wickeldurchmessers äußerer Lagen um den Ring, sowie der aktive (dynamische) Anteil infolge der Änderung des Ringdurchmessers:

$$D_e = d_e \quad D_F = d_F \cdot (m - 1)$$

Daher, soll der Ring als regelndes Element in z. B. einer Phasenstabilisierung eingesetzt werden und somit nur der aktive (dynamische) Anteil von Interesse ist, ergibt sich für ΔL :

$$\Delta L_e = N \cdot \pi \cdot D_e = N \cdot \pi \cdot d_e$$

2.5 Beispiel

Beispielswerte:

$$N = \frac{100}{\pi} \quad m = 10 \quad N_n = \frac{10}{\pi}$$

Sowie:

$$d_e = 1 \quad d_F = 1$$

⇒

$$\Delta L = 10 \cdot m^2 \quad \Delta L_1 = 10 \cdot m$$

m	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΔL	10	40	90	160	250	360	490	640	810	1000
ΔL_1	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Legt man 10 Lagen mit je 10 Windungen übereinander, ergibt sich eine 10-fach höhere Längenänderung, als wenn man 100 Windungen nebeneinander wickelt bei vorliegenden Beispielswerten.

3 Einführung der Querkontraktion

3.1 Längenänderung ΔL_n^*

Gegeben ist die Längenänderung ΔL einer Faser um einen Piezoring, gewickelt mehrlagig, gegeben durch:

$$\Delta L = N \cdot \pi \cdot (d_e + d_F \cdot (m - 1))$$

Mit:

$N =$	Gesamtanzahl Wicklungen um den Piezoring
$d_e =$	Expansionsanteil des Ringdurchmessers
$d_F =$	Faserdurchmesser
$m =$	Anzahl Lagen bei gleicher Anzahl an Wicklungen je Lage

Demnach ist ΔL im idealen Zustand nur abhängig von d_e . Alle anderen Werte sind konstant. Im realen Betrieb kann eine weitere Größe ΔL beeinflussen, die Querkontraktion der Faser bei Zug. Wird die Faser einer Normalkraft ausgesetzt, ändert sich auch d_F :

$$\frac{\Delta L}{L_0} = -\nu \cdot \frac{\Delta d_F}{d_F}$$

Mit:

$\nu =$	Poissonsche Zahl (Querkontraktionsbeiwert)
---------	--

$$\Delta L = -\nu \cdot \frac{\Delta d_F}{d_F} \cdot L_0$$

Mit:

$$L_0 = N \cdot \pi \cdot (d_0 + d_F)$$

\Rightarrow

$$\Delta L = -\nu \cdot \frac{\Delta d_F}{d_F} \cdot N \cdot \pi \cdot (d_0 + d_F)$$

Beide ΔL werden gleichgesetzt:

$$N \cdot \pi \cdot (d_e + d_F \cdot (m - 1)) = -\nu \cdot \frac{\Delta d_F}{d_F} \cdot N \cdot \pi \cdot (d_0 + d_F)$$

\Rightarrow

$$\Delta d_F = -\frac{d_e + d_F \cdot (m - 1)}{d_0 + d_F} \cdot \frac{d_F}{\nu}$$

Für den real immer vorliegenden Fall $d_0 \gg d_F$ kann vereinfacht werden:

$$\Delta d_F = -\frac{d_e + d_F \cdot (m - 1)}{d_0} \cdot \frac{d_F}{\nu}$$

\Rightarrow

$$\Delta d_F = -D \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0}$$

Mit:

$D =$	Effektiver Durchmesser des Piezoringes
$d_F / (\nu \cdot d_0) =$	Gewichteter Querkontraktionskoeffizient

Der Wert für Δd kann nun in ΔL eingesetzt werden:

$$\Delta L = N \cdot \pi \cdot (d_e + (d_F + \Delta d_F) \cdot (m - 1))$$

\Rightarrow

$$\Delta L_n^* = N \cdot \pi \cdot \left(d_e + \left(d_F - D \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \right) \cdot (m - 1) \right)$$

Mit:

$$D = d_e + d_F \cdot (m - 1)$$

3.2 Effektiver Durchmesser D^*

$$D^* = d_e + \left(d_F - D \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \right) \cdot (m - 1)$$

 \Rightarrow

$$D^* = d_e \cdot \left(1 - \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1) \right) + d_F \cdot \left(1 - \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1) \right) \cdot (m - 1)$$

Im effektiven Durchmesser D^* sind zwei Längenänderungen enthalten, der passive (statische) Anteil, infolge der Vergrößerung des Wickeldurchmessers äußerer Lagen um den Ring, sowie der aktive (dynamische) Anteil infolge der Änderung des Ringdurchmessers:

$$D_e^* = d_e \cdot Q \qquad D_F^* = d_F \cdot (m - 1) \cdot Q$$

Mit:

$$Q = 1 - \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1)$$

 \Rightarrow

$$D_e^* = D_e \cdot Q \qquad D_F^* = D_F \cdot Q$$

 \Rightarrow

$$\Delta L_D^* = N \cdot \pi \cdot D_e \cdot Q = N \cdot \pi \cdot D_e^*$$

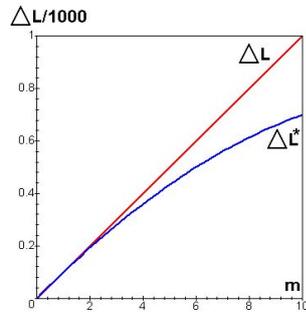
3.3 Beispiel

Es soll ΔL grafisch dargestellt werden, dazu wird beispielshalber gesetzt:

$$d_e = 1 \quad d_F = 1 \quad d_0 = 100 \quad N = \frac{100}{\pi} \quad \nu = 0,3 \quad D = m$$

⇒

$$\Delta L^* \propto 100 \cdot m - \frac{10}{3} \cdot m \cdot (m - 1)$$



Auswirkung der Querkontraktion auf die Längenänderung der Faser unter Benutzung eines mehrlagig gewickelten Piezorings. **Rot** - ohne Beachtung der Querkontraktion, **Blau** - mit Beachtung der Querkontraktion. Ohne Querkontraktionsanteil war ΔL gegeben mit:

$$\Delta L \propto 100 \cdot m$$

4 Maximale Lagenanzahl m_{MAX}

4.1 Infolge Q

Ersichtlich ist, dass Q als Repräsentant der Querkontraktion nie kleiner Null aus praktischen Gründen werden kann, damit ist die maximale Anzahl an Lagen definiert:

$$1 - \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1) > 0$$

\Rightarrow

$$m < 1 + \frac{\nu \cdot d_0}{d_F}$$

Ein Überschreiten dieser Grenze entspricht dem Verlassen der Berechnungsgrundlage der Querkontraktion, damit dem Gültigkeitsbereich des Hookeschen Gesetzes, Ergebnis wäre ein Faserbruch in der äußersten Faserlage.

4.2 Infolge $\frac{d}{dm} \Delta L_n = 0$

Dies ist jedoch ein theoretischer Wert, er betrachtet die Faser als ideal und geht davon aus, dass in der Nähe der Streckgrenze es zu keiner Einschnürung des Fasermaterials kommt. Diese lokale, extreme Querschnittsverkleinerung hätte eine zusätzliche Kerbspannung zur Folge, die oben errechnetes m_{MAX} erheblich verkleinert. Deshalb ist es besser die maximale Lagenanzahl über ein mögliches ΔL_{MAX} zu errechnen:

$$\frac{d}{dm} \Delta L = \frac{d}{dm} N \cdot \pi \cdot \left(d_e + d_F \cdot (m - 1) - d_e \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1) - d_F \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1)^2 \right) = 0$$

\Rightarrow

$$N \cdot \pi \cdot \left(d_F - d_e \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} - 2d_F \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \cdot (m - 1) \right) = 0$$

\Rightarrow

$$m < 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\nu \cdot d_0}{d_F} - \frac{d_e}{d_F} \right)$$

Mit:

$$(\nu \cdot d_0) / d_F = \text{gewichteter Querkontraktionsbeiwert}$$

4.3 Beispiel

Für das oben angeführte Beispiel infolge Q ergäbe sich:

$$m < \frac{0,3 \cdot 100}{1} + 1$$

\Rightarrow

$$m_{MAX} = 30$$

Für das oben angeführte Beispiel infolge $\frac{d}{dm} \Delta L_n = 0$ ergäbe sich:

$$m < 1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{30}{1} - \frac{1}{1} \right)$$

\Rightarrow

$$m_{MAX} = 15$$

Bei:

$$\Delta L_{MAX} = \frac{100}{\pi} \cdot \pi \cdot \left(1 + 1 \cdot (15 - 1) - 1 \cdot \frac{1}{0,3 \cdot 100} \cdot (15 - 1) - 1 \cdot \frac{1}{0,3 \cdot 100} \cdot (15 - 1)^2 \right)$$

\Rightarrow

$$\Delta L_{MAX} = 800$$

Ohne Berücksichtigung der Querkontraktion hätte sich ergeben:

$$\Delta L_{MAX} = \frac{100}{\pi} \cdot \pi \cdot (1 + 1 \cdot (15 - 1))$$

\Rightarrow

$$\Delta L_{MAX} = 1500$$

5 Technologische Größen

5.1 Phasenverschiebung $\Delta\varphi$

Berechnung der benötigten Faserlängenänderung für eine Phasenverschiebung $\Delta\varphi$

Gegeben ist der Zusammenhang zwischen Weglängenänderung ΔL und Laufzeitdifferenz Δt in einer Faser durch:

$$\Delta L = \frac{c}{n} \cdot \Delta t$$

Auch bekannt ist der Zusammenhang zwischen Laufzeitdifferenz Δt und einer Phasenverschiebung $\Delta\varphi$:

$$\Delta t = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{n}{c} \cdot \Delta\varphi$$

Eingesetzt:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L$$

\Rightarrow

$$\Delta L = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \Delta\varphi$$

5.2 Zeitverzögerung Δt

Aus obiger Berechnungsgrundlage kann ermittelt werden:

$$\Delta L = \frac{c}{n} \cdot \Delta t$$

\Rightarrow

$$\Delta t = \frac{n}{c} \cdot \Delta L$$

5.3 Windungszahl N

Für eine Faserdehnung ΔL um ein Rohr ΔU wäre eine Radienänderung Δd nötig von:

$$N \cdot \pi \cdot d_e = \Delta L = N \cdot \Delta U$$

Aus dieser Überlegung lässt sich die nötige Windungszahl ableiten:

$$N \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\Delta L}{d_e \cdot \pi} \cdot \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\Delta\varphi}{d_e \cdot \pi}$$

⇒

$$N = \frac{\Delta\varphi}{d_e} \cdot \frac{\lambda}{2\pi^2}$$

5.4 Faserlänge L

Aus der allgemeinen Kreisumfangsgleichung kann die benötigte Faserlänge abgeschätzt werden:

$$N \cdot \pi \cdot d_0 = L_0 = N \cdot U_0$$

⇒

$$L = N \cdot \pi \cdot d_0$$

5.5 Beispiel

Anwendung $\Delta\varphi$

Bei einer angestrebten Faserlängenänderung von 1mm mit einer Wellenlänge von 1550nm ergäbe dies eine Phasenverschiebung von:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{1550 \cdot 10^{-9}} \cdot 1 \cdot 10^{-3}$$

⇒

$$\Delta\varphi = \frac{20 \cdot 10^3}{31} \cdot 2\pi \approx 645,2 \cdot 2\pi \approx 1290,3 \cdot \pi$$

Anwendung Δt

Mit oben angegebenen Werten $\Delta L = 1\text{mm}$ und einer Brechzahl von $n = 1,444$ bei $\lambda = 1550\text{nm}$ (Quarzglas):

$$\Delta t = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{n}{c} \cdot \Delta\varphi$$

⇒

$$\Delta t = \frac{1550 \cdot 10^{-9}}{2\pi} \cdot \frac{1,444}{299782 \cdot 10^3} \cdot \frac{20 \cdot 10^3}{31} \cdot 2\pi$$

⇒

$$\Delta t = 4,82 \cdot 10^{-12} \text{s} \equiv 4,82\text{ps}$$

Anwendung N

Mit Piezorohr 74x20x4 laut Datenblatt $\Delta d_{MAX} = 5\mu\text{m}$ und den oben gewählten Werten:

$$N = \frac{20 \cdot 10^3}{31 \cdot 5 \cdot 10^{-6}} \cdot 2\pi \cdot \frac{1550 \cdot 10^{-9}}{2\pi^2}$$

⇒

$$N = \frac{200}{\pi} \approx 64$$

Anwendung L

Mit Piezorohr 74x20x4:

$$L = 64 \cdot \pi \cdot 74 \cdot 10^{-3}$$

⇒

$$L = 4,736 \cdot \pi \approx 14,88\text{m}$$

6 Lagenanzahl N ohne seitliche Begrenzung

6.1 Herleitung - unvollständig

Die benötigte Anzahl an Windungen wird mit N bezeichnet. Das übereinander Legen in Lagen ohne seitliche Begrenzung in die Nuten der unten liegenden Lage erfolgt nach folgenden Vorschriften:

1- lagig:

$$N_1 = \frac{N}{1} - 0$$

\Rightarrow

$$N_1 = N$$

2- lagig:

$$N_2 = \left(\frac{N}{2} - 0\right) + \left(\frac{N}{2} - 1\right)$$

\Rightarrow

$$N_2 = N - 1$$

3- lagig:

$$N_3 = \left(\frac{N}{3} - 0\right) + \left(\frac{N}{3} - 1\right) + \left(\frac{N}{3} - 2\right)$$

\Rightarrow

$$N_3 = N - 3$$

n- lagig:

$$N_n = \left(\frac{N}{n} - 0\right) + \dots + \left(\frac{N}{n} - (n-1)\right)$$

\Rightarrow

$$N_n = N - \sum_{i=1}^n (i-1)$$

\Rightarrow

$$N_n = N - \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n-1)$$

Damit ist die maximale Anzahl der Lagen m_{MAX} bestimmt.

$$N - \frac{1}{2} \cdot m \cdot (m-1) > 0$$

\Rightarrow

$$m < \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + 2N}$$

Für $N \gg 0$:

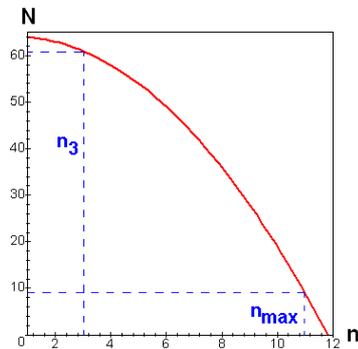
$$m < \sqrt{2N}$$

6.2 Beispiel

Ein gegebener Piezoring 74x20x4 soll mit $N = 64$ Wicklungen bestückt werden. Folgende Lagenaufteilungen sind möglich mit den dazu gehörigen Fehlwicklungen.

$$N_n = 64 - \frac{1}{2} \cdot n \cdot (n - 1)$$

⇒



Bis zu drei Lagen kommt es zu keiner nennenswerten Anzahl an Fehlwicklungen. Danach müssen Korrekturwindungen aufgetragen werden. Ab 11 Lagen ist keine sinnvolle Aufteilung mehr möglich.

1-lagig:

$$N_1 = \frac{64}{1} - 0 = 64$$

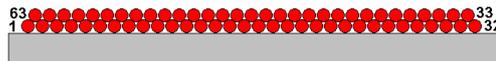
⇒



2-lagig:

$$N_2 = \left(\frac{64}{2} - 0\right) + \left(\frac{64}{2} - 1\right) = 32 + 31 = 63$$

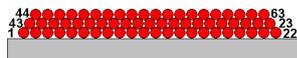
⇒



3-lagig:

$$N_3 = \left(\frac{64}{3} - 0\right) + \left(\frac{64}{3} - 1\right) + \left(\frac{64}{3} - 2\right) = 22 + 21 + 20 = 63$$

⇒



6.3 Herleitung - vollständig

vollständig m_{MAX} -lagig:

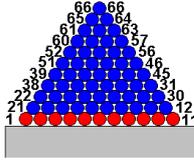
Für den vollständigen Stapel gilt für die erste Lage $N_1 = m$ und damit die Gaußsche Summenformel für natürliche Zahlen.

$$N^* = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (m + 1)$$

Wobei $|N - N^*|$ die Anzahl der Fehlwicklungen angibt.

6.4 Beispiel

Der vollständige Stapel mit $m = N_1 = 11$ grafisch dargestellt.



7 Lagenanzahl N mit seitlicher Begrenzung

7.1 Herleitung

Für die Berechnung der Möglichkeiten der Lagenaufteilung bei gegebenem N ist die Produktaufteilung in Primzahlen nötig mit 1 und allen Dopplungen. Anschließend wird die Anzahl der Primzahlen P definiert. Aus dieser Menge werden $1; 2; 3; \dots; P - 1$ Elemente gezogen und mit dem Rest kombiniert ohne Wiederholungen. Das entspricht dem Binomialkoeffizienten. Die Summe M aller Ziehungen ist die gesuchte Menge aller Lagenaufteilungen.

$$M = \sum_{k=1}^{P-1} \binom{P}{k} = \sum_{k=1}^{P-1} \frac{P!}{(P-k)! \cdot k!}$$

⇒

$$M = 2^P - 2$$

Diese allgemeine Berechnungsgrundlage kann für vorliegende spezielle Konfigurationen Windungs-Lagen-Kombinationen voraussagen, welche in der Praxis keine Anwendung ergeben. Eine Überprüfung am konkreten Fall ist unbedingt vonnöten.

7.2 Beispiel

Berechnung von M

Ein Piezoring 74x20x4 soll mit $N=64$ Wicklungen bestückt werden. Folgende Lagenaufteilungen sind möglich:

Zerlegung in Primzahlen:

$$\begin{aligned} N &= 1 \cdot 64 \\ N &= 1 \cdot 2 \cdot 32 \\ N &= 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 16 \\ N &= 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 8 \\ N &= 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \\ N &= 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \end{aligned}$$

⇒

$$P = 7$$

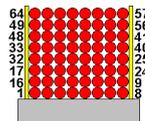
⇒

$$M = 2^7 - 2 = 126$$

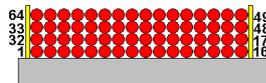
Bildung der unterscheidbaren Lagenkombinationen

Möglichkeit	Windungen	Lagen	Aufbau
1	1	64	nicht sinnvoll
2	2	32	nicht sinnvoll
3	4	16	nicht sinnvoll
4	8	8	möglich
5	16	4	sinnvoll
6	32	2	sinnvoll
7	64	1	sinnvoll

8 Windungen mit 8 Lagen:



16 Windungen mit 4 Lagen:



32 Windungen mit 2 Lagen:



64 Windungen mit 1 Lage:



8 Querkontraktionseinfluss - Maximale Anzahl Lagen m_{MAX}

8.1 Herleitung

Die maximale Anzahl an Lagen infolge Querkontraktionseinfluss ist definiert durch:

$$m < 1 + \frac{\nu \cdot d_0}{d_F} = m_{MAX} \quad \text{oder} \quad m < 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu \cdot d_0 - d_e}{d_F} = m_{MAX}$$

Wobei der kleinere Wert von m die limitierende Angabe darstellt.¹

¹Da d_e auch negative Werte annehmen kann, sind beide Nachweise nötig. Praktisch ist jedoch die Äquivalenz $\nu \cdot d_0 = -d_e$ kaum zu erreichen.

8.2 Beispiel

Ein Piezoring² 74x20x4 soll mit $N = 64$ Wicklungen bestückt werden. Der Querkontraktionsbeiwert beträgt für Quarzglas $\nu = 0,3$ und der Faserdurchmesser $d_F = 125\mu\text{m}$. Die maximale Lagenanzahl sei $m = 8$.

$$m < 1 + \frac{0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3}}{125 \cdot 10^{-6}} \quad \text{oder} \quad m < 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3} - 5 \cdot 10^{-6}}{125 \cdot 10^{-6}}$$

\Rightarrow

$$m < 179 \quad \text{oder} \quad m < 90$$

\Rightarrow

$$m_{\max} = 90$$

Mit $m_{MAX} = 90$ ist der Einfluss der Querkontraktion auf die Wirkung des Piezoringes nicht zu erwarten.

² $d_e = 5\mu\text{m}$

9 Querkontraktionseinfluss - Maximale Faserdehnung ΔL_{MAX}

9.1 Herleitung

Um einen Versagen zu vermeiden, muss ΔL limitiert werden:

$$\Delta L_{VORH} \leq \Delta L_{MAX}$$

\Rightarrow

$$4 \cdot \left(d_e + d_F \cdot \left(1 - \frac{D}{\nu \cdot d_0} \right) \cdot (m - 1) \right) \leq \frac{(d_e + \nu \cdot d_0)^2}{\nu \cdot d_0}$$

Mit:

$$D = d_e + d_F \cdot (m - 1)$$

Vorliegende Limitierung tritt nur für sehr große N und/oder d_0 auf.

Wenn in der Praxis $d_e \ll d_0$ gilt kann auch mit

$$4 \cdot \left(1 - (m - 1) \cdot \frac{d_F}{\nu \cdot d_0} \right) \cdot (m - 1) \leq \frac{\nu \cdot d_0}{d_F}$$

gerechnet werden.

9.2 Beispiel

Ein Piezoring³ 74x20x4 soll mit $N = 64$ Wicklungen bestückt werden. Der Querkontraktionsbeiwert beträgt für Quarzglas $\nu = 0,3$ und der Faserdurchmesser $d_F = 125\mu\text{m}$. Die maximale Lagenanzahl sei $m = 8$.

$$D = 5 \cdot 10^{-6} + 125 \cdot 10^{-6} \cdot (8 - 1)$$

⇒

$$D = 880 \cdot 10^{-6} = 0,88\text{mm}$$

Sowie:

$$4 \cdot \left(5 \cdot 10^{-6} + \left(125 \cdot 10^{-6} - 880 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{125 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot (8 - 1) \right)$$

≤

$$\frac{(5 \cdot 10^{-6} + 0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3})^2}{0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3}}$$

⇒

$$0,0034 < 0,0222$$

⇒

$$1 < 6,5$$

Ein Versagen ist nicht zu erwarten.

Die Näherung dazu:

$$4 \cdot \left(1 - (8 - 1) \cdot \frac{125 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3}} \right) \cdot (8 - 1) \leq \frac{0,3 \cdot 74 \cdot 10^{-3}}{125 \cdot 10^{-6}}$$

⇒

$$26,9 < 177,6$$

⇒

$$1 < 6,6$$

³ $d_e = 5\mu\text{m}$

10 Realisierungsmöglichkeit

10.1 Aufbau

Genutzt wird ein Piezoring 74x20x4 mit einem spannungsabhängigen Hub des Durchmessers $\Delta d_e = 5\mu\text{m}$ bei $U_{MAX} = 1000\text{V}$. Bestückt mit $N = 64$ Windungen einer Monomodefaser $d_F = 125\mu\text{m}$ lässt sich trotz Einsatz eines Mounting- Ringes die Lagenanzahl $m = 1$ erzielen. Dadurch ist ein Einfluss der Querkontraktion auf die Wirksamkeit der Faserdehnung nicht zu erwarten, ebenso besteht keine Gefahr des Faserbruchs. Die mindestens benötigte Länge der Monomodefaser beträgt $L \approx 15\text{m}$. Die erreichbare Faserdehnung lässt sich mit den erwünschten $\Delta L = 1\text{mm}$ angeben, das entspricht einer Phasenverschiebung von $645 \cdot 2\pi$ bei $\lambda = 1550\text{nm}$ oder einer zeitlichen Verzögerung des Signals von $\Delta t = 4,8\text{ps}$ bei einer angenommenen Brechzahl von $n = 1,444$ im Faserkern.

Beim Bewickeln des Piezoringes ist zu beachten, dass der Ring beim Anlegen der Spannung kontrahiert, bedeutet, dass sich der Durchmesser verkleinert. Für das erwartungsgemäße Funktionieren des piezoelektronischen Stabilisators ist deshalb das Aufbringen der Windungen unter einer Vorspannung unterhalb der Faserbruchdehnung erforderlich. Praktischerweise wird die Vorspannung der Faser nicht in jeder Windung gleich sein. Deshalb ist vor dem Einsatz im vorgesehenen Interferometer eine künstliche Alterung durchzuführen. Dabei werden die unterschiedlichen Vorspannungen in den Windungen durch Schlupf ausgeglichen, was sich als Sprünge in den Charakteristika des Piezoringes ausmachen lässt. Nach mehreren Durchläufen über den gesamten Spannungshub des Piezos dürften diese Sprünge nicht mehr auftreten. Die Möglichkeit des Aufwickelns bei angelegten 1000V dann ohne Faservorspannung könnte ebenso in Erwägung gezogen werden.

Eine genauere Betrachtung sollte den Anschlüssen am Piezoring gehören. Insbesondere die technologische Lösung des Übergangs loser Faseranschluss zu vorgespannter Faserwicklung auf dem Ring.

Für die Effekte frequenzbedingte Resonanz, thermische Drift, Parameter-Offset infolge Alterung, sollten extra praktische Untersuchungen durchgeführt werden. Dies erfordert im Vorhergehen den Aufbau eines geschlossenen Regelkreislaufes zur Überwachung und Einhaltung des geforderten Wertes von $\Delta\varphi$ oder Δt oder ΔL .

Für die genaue Dimensionierung des Netzteils und dessen technologische Gestaltung muss eine extra Untersuchung angestrebt werden.

10.2 Parameter

Charakteristika laut Datenblatt

Bezeichner	Charakteristika	Einheit
Piezoring	PiT74**	-
Außendurchmesser	74	mm
Ringhöhe	20	mm
Wandstärke	4	mm
Mounting Socket	Nicht vorhanden	-
Ansteuerspannung max.	± 1000	V
Elektrische Kapazität	20	nF
Radiale Kontraktion max.	5*	μm
Axiale Kontraktion max.	2*	μm
Radiale Resonanz typ.	13	kHz
Axiale Resonanz typ.	80	kHz
Innere Elektrode	Silber, ganzflächig	-
Äußere Elektrode	Silber, ganzflächig	-

* Für eine Ansteuerung von 0V bis 1000V.

** Aktivierungshinweise des Herstellers beachten!

Elektrooptische Parameter, theoretisch*.

Bezeichner	Parameter	Einheit
Windungszahl	$N = 64$	-
Lagenanzahl	$n = 1$	-
Faserlänge	$L_0 \approx 15$	m
Längenänderung max.	$\Delta L_{MAX} = 1$	mm
Phasenverschiebung max.	$\Delta\varphi = 645$	2π
Zeitverzögerung max.	$\Delta t = 4,8$	ps
Längenänderung	$\Delta L/U_{MAX} = 1$	$\mu\text{m}/V$
Phasenverschiebung**	$\Delta\varphi/U_{MAX} = 0,65$	$2\pi/V$
Zeitverzögerung	$\Delta t/U_{MAX} = 4,8$	fs/V

* Alle Parameter bei einer Ansteuerung von 0V bis 1000V

** Für eine Monomodefaser bei 1550nm.

** Spannungsgesteuerte Phasenverschiebung, daraus folgt:

$$\frac{\Delta\varphi}{U_{\max}} = 0,65 \left[\frac{2\pi}{V} \right]$$

⇒

$$\frac{U_{\max}}{\Delta\varphi} = 0,775 \left[\frac{V}{\pi} \right]$$

Dieser Wert gilt für $N = 64$ Windungen. Soll der Wert für eine Windung ermittelt werden, ist N zu multiplizieren:

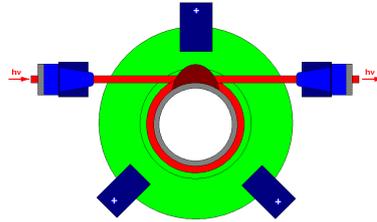
$$\frac{U_{\max}}{\Delta\varphi} \cdot N = 0,775 \cdot \frac{200}{\pi} \left[\frac{V}{\pi} \right]$$

⇒

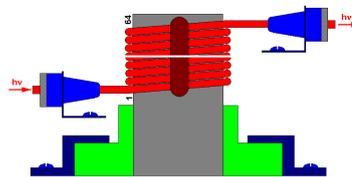
$$\frac{U_{\max}}{\Delta\varphi} \cdot N = 49,34 \approx 50 \left[\frac{V}{\pi} \right]$$

10.3 Darstellung

Nicht maßstabgerecht, Seitenverhältnisse nicht exakt.



Schematischer Aufbau des Piezoelektrischen Stabilisators - Draufsicht.



Schematischer Aufbau des Piezoelektrischen Stabilisators - Seitenansicht.

11 Zusammenfassung - Berechnungsgrundlagen

Phasenverschiebung

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L$$

Zeitverzögerung

$$\Delta t = \frac{n}{c} \cdot \Delta L$$

Windungsanzahl

$$N = \frac{\Delta L}{\pi \cdot d_e}$$

Faserlänge

$$L = \frac{d_0}{d_e} \cdot \Delta L$$

Längenänderung ohne Querkontraktion ohne seitliche Begrenzung - unvollständig

$$\Delta L = \pi \cdot \sum_{n=1}^m N_n \cdot (d_e + 2 \cdot (n-1) \cdot d_F)$$

Längenänderung ohne Querkontraktion ohne seitliche Begrenzung - vollständig

$$\Delta L^{**} = m \cdot \pi \cdot D^{**} \quad \text{mit} \quad D^{**} = \frac{1}{2} \cdot d_e \cdot (m+1) + \frac{1}{3} \cdot d_F \cdot (m^2 - 1)$$

Längenänderung ohne Querkontraktion mit seitliche Begrenzung

$$\Delta L = N \cdot \pi \cdot D \quad \text{mit} \quad D = d_e + d_F \cdot (m-1)$$

Längenänderung mit Querkontraktion mit seitliche Begrenzung⁴

$$\Delta L^* = N \cdot \pi \cdot D^* \quad \text{mit} \quad D^* = d_e + d_F \cdot \left(1 - \frac{D}{\nu \cdot d_0}\right) \cdot (m-1)$$

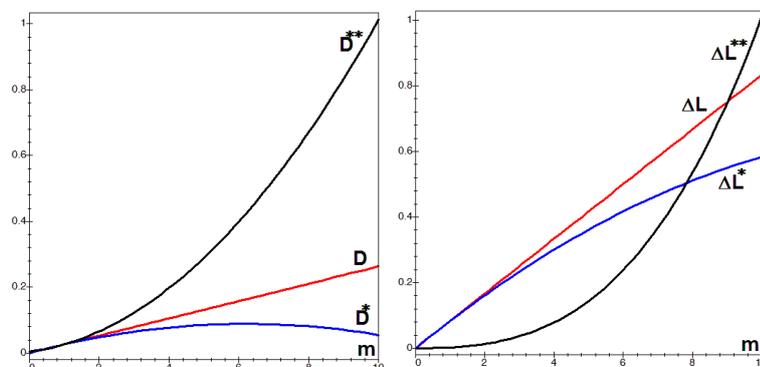
Maximale Anzahl an Lagen infolge Querkontraktion

$$m < 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu \cdot d_0 - d_e}{d_F} \approx 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\nu \cdot d_0}{d_F}$$

Maximale Anzahl an Lagen infolge Windungsanzahl ohne seitliche Begrenzung

$$m < \sqrt{2N}$$

4



Grafische Darstellung des effektiven Durchmessers D und der Längenänderung ΔL für:

- ohne Querkontraktion mit seitliche Begrenzung, späterer Faserbruch
- mit Querkontraktion mit seitliche Begrenzung, Wirkungsversagen nach Maximum
- ohne Querkontraktion ohne seitliche Begrenzung - vollständig, früherer Faserbruch

12 Anwendungsbeispiel

12.1 Dämpfung einer Faser infolge Biegung I

Konditionen

$\lambda = 1550\text{nm}$ für Monomode- Standardfaser SMF-28-FC-2 mit manueller Ablesung.

Messwerte

#	d[mm]	$U_{\text{Mess}}[\text{V}]$	$U_{\text{Gegl}}[\text{V}]$	$U_{\text{Norm}}[-]$	$U_{\text{Regr}}[-]$
1	40	4,800	4,800	1,000	1,000
2	30	4,800	4,800	1,000	1,000
3	20	4,800	4,800	1,000	0,999
4	15	4,760	4,760	0,992	0,999
5	14	4,720	4,720	0,983	0,988
6	13	4,520	4,508	0,939	0,954
7	12	3,400	3,358	0,700	0,713
8	11	1,580	2,217	0,462	0,500
9	10	1,220	1,240	0,258	0,287
10	9	0,600	0,607	0,126	0,131
11	8	0,100	0,100	0,021	0,046

Funktionsermittlung durch lineare Regression

Mit sinkenden Werten von d steigt die Dämpfung in der Faser, so kann dieser Verlust beschrieben werden durch das Gaußsche Fehlerintegral.

$$U_{\text{Normiert}} = \frac{1}{2} \cdot [\text{erf}(a) + 1]$$

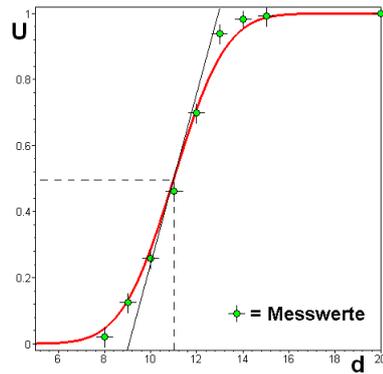
#	d[mm]	$a_{\text{Norm}}[-]$	$a_{\text{Regr}}[-]$
1	40	∞	11,513
2	30	∞	7,543
3	20	3,216	3,573
4	15	1,703	1,588
5	14	1,499	1,191
6	13	1,093	0,794
7	12	0,371	0,397
8	11	- 0,0675	0,000
9	10	- 0,459	- 0,397
10	9	- 0,810	- 0,794
11	8	- 1,438	- 1,191

Der Koeffizient a ist berechnet durch lineare Regression.

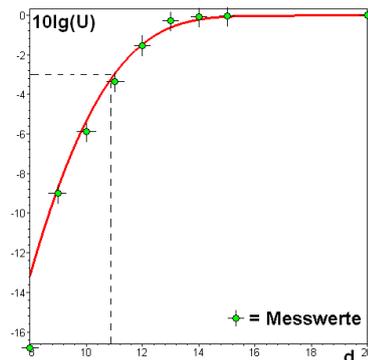
$$a = 0,397 \cdot d - 4,367$$

Setzt man a in U_{Normiert} ein, ergibt sich folgender Graf:⁵

⁵Die optimale Arbeitsgerade im Wendepunkt des Grafen mit $U = 0,224 \cdot d - 1,964$. Die Steilheit damit 0,22 [V/mm]



In der Einheit [db] angegeben, ergibt sich somit die Dämpfung pro Windung bei d [mm].



Zusätzlich ist noch die 3[db]- Grenze eingezeichnet. Sie liegt bei einem Biegeradius von 11mm. Unter Nutzung von a ergibt sich somit folgende Berechnungsgrundlage:

$$U \text{ [db]} = 10 \cdot \lg \left\{ \frac{1}{2} [\operatorname{erf}(0,397 \cdot d - 4,367) + 1] \right\}$$

⇒ bei $N = 1$

#	d[mm]	U_{Regr} [db]	U_{Norm} [db]
1	40	- 0,000	- 0,000
2	30	- 0,000	- 0,000
3	20	- 0,000	- 0,000
4	15	- 0,054	- 0,035
5	14	- 0,205	- 0,075
6	13	- 0,609	- 0,273
7	12	- 1,471	- 1,549
8	11	- 3,010	- 3,354
9	10	- 5,417	- 5,884
10	9	- 8,836	- 8,996
11	8	- 13,367	- 16,778

Für sehr kleine oder größere Dämpfungswerte sind nutzbare Werte der Regression zu erwarten, im Übergangsbereich ist mit Abweichungen zu rechnen.

Eine Erhöhung der Ordnung von a würde Abhilfe schaffen, beispielshalber ein a zweiter Ordnung.⁶

$$a = -6,59 + 0,742 \cdot d - 0,0124 \cdot d^2$$

Schlussfolgerung

Ab Biegeradien größer 30mm sind selbst bei hohen Windungsraten nur sehr kleine Dämpfungen zu erwarten.

⁶Die optimale Arbeitsgerade im Wendepunkt des Grafen mit $U = 0,268 \cdot d - 2,407$. Die Steilheit damit 0,268 [V/mm]

12.2 Dämpfung einer Faser infolge Biegung II

Konditionen

$\lambda = 1550\text{nm}$ für Monomode- Standardfaser SMF-28-FC-2 mit manueller Ableseung.

Messwerte

#	d[mm]	$U_{\text{Mess}}[\text{V}]$	$U_{\text{Gegl}}[\text{V}]$	$U_{\text{Norm}}[-]$	$U_{\text{Regr}}[-]$
1	40	4,800	4,800	1,000	0,999
2	30	4,800	4,800	1,000	0,999
3	20	4,800	4,800	1,000	0,999
4	15	4,760	4,760	0,992	0,996
5	14	4,720	4,720	0,983	0,981
6	13	4,520	4,508	0,939	0,915
7	12	3,400	3,358	0,700	0,715
8	11	1,580	2,217	0,462	0,416
9	10	1,220	1,240	0,258	0,199
10	9	0,600	0,607	0,126	0,089
11	8	0,100	0,100	0,021	0,039

Funktionsermittlung durch exponentiale Regression

Mit sinkenden Werten von d steigt die Dämpfung in der Faser, so kann dieser Verlust beschrieben werden durch eine einfache Summenfunktion.

$$U_{\text{Norm}} = \frac{a \cdot d}{\sqrt{1 + (a \cdot d)^2}}$$

⇒

$$a = \frac{U_{\text{Norm}}}{d \cdot \sqrt{1 - U_{\text{Norm}}^2}}$$

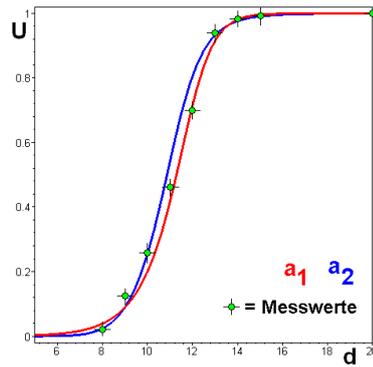
⇒

#	d[mm]	$a_{\text{Norm}}[-]$	$a_{1;\text{Regr}}[-]$	$a_{2;\text{Regr}}[-]$
1	40	∞	∞	18,839
2	30	∞	34 380	9,073
3	20	∞	26,362	2,106
4	15	0,524	0,730	0,489
5	14	0,382	0,356	0,322
6	13	0,210	0,174	0,199
7	12	0,0817	0,0849	0,114
8	11	0,0474	0,0414	0,0585
9	10	0,0267	0,0202	0,0264
10	9	0,0141	0,00987	0,00996
11	8	0,00263	0,00481	0,00295

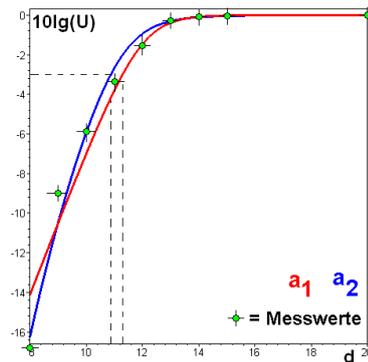
Der Koeffizient a ist berechnet worden durch regressierte Exponentialfunktion.

$$a_1 = 15,5 \cdot 10^{-6} \cdot e^{0,717733 \cdot d} \quad a_2 = 168,3146 \cdot e^{-\frac{87,6174}{d}}$$

Setzt man a_1 und a_2 in U_{Norm} ein ergibt sich folgendes Schaubild:



In der Einheit [db] angegeben, ergibt sich somit die Dämpfung pro Windung bei d [mm].



Zusätzlich ist noch die 3[db]-Grenze eingezeichnet. Sie liegt bei einem Biegeradius von 11[mm]. Unter Nutzung von a_1 ergibt sich somit folgende Berechnungsgrundlage, wobei N die Windungszahl ist.

$$U [\text{db}] = N \cdot 10 \cdot \lg \frac{15,5 \cdot 10^{-6} \cdot d \cdot e^{0,717733 \cdot d}}{\sqrt{1 + (15,5 \cdot 10^{-6} \cdot d \cdot e^{0,717733 \cdot d})^2}}$$

⇒ bei $N = 1$

#	d [mm]	U_{Regr} [db]	U_{Norm} [db]
1	40	- 0,000	- 0,000
2	30	- 0,000	- 0,000
3	20	- 0,000	- 0,000
4	15	- 0,018	- 0,035
5	14	- 0,085	- 0,075
6	13	- 0,384	- 0,273
7	12	- 1,456	- 1,549
8	11	- 3,808	- 3,354
9	10	- 7,014	- 5,884
10	9	- 10,518	- 8,996
11	8	- 14,132	- 16,778

Zwischen Dämpfungswerten 0 bis 3[db] sind nutzbare Werte der Regression unter Verwendung von a_1 zu erwarten, unterhalb von 3[db] ist a_2 zu nutzen.

Schlussfolgerung

Ab Biegeradien größer 30mm sind selbst bei hohen Windungsraten nur sehr kleine Dämpfungen zu erwarten.

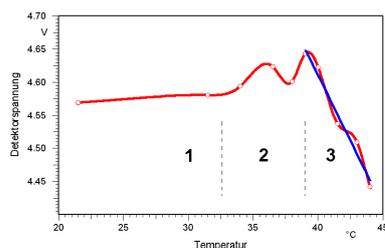
12.3 Dämpfung einer Faser infolge Normalspannung

Messwerte:

Es wurden insgesamt 10 Messungen durchgeführt, bei dem das Rohr schrittweise von etwa 20 auf 44°C erwärmt wurde. Die dazugehörige Tabelle mit den Mittelwerten der gemessenen Detektorspannung.

T[°C]	U[V]
21,5	4,56918
31,5	4,58047
34,0	4,59391
36,5	4,62344
38,0	4,60111
39,0	4,64295
40,0	4,62263
41,5	4,53735
43,0	4,50943
44,0	4,44200

Das dazu generierte Diagramm:



Auswertung

Das Diagramm der ermittelten Messwerte wurde in drei Zonen eingeteilt:

Zone 1:

In der ersten Zone ist lediglich ein leichter Anstieg der detektierten optischen Leistung zu erkennen. Die gewickelte Faser scheint transparenter zu werden. Mit großer Sicherheit liegt diese trotz sorgfältiger Wicklung um den Ring nicht vollständig auf dessen Oberfläche auf und erleidet somit trotz Vergrößerung des Durchmessers infolge thermischer Ausdehnung keine Dämpfung durch Normalspannung.

Das Ansteigen der Detektorspannung selbst kann durch (thermische) Langzeitdrift im Versuchsaufbau (außer die Faser natürlich) begründet sein oder die Erwärmung der Faser bewirkt eine positive Veränderung der Absorptions- und/oder Streuzentren innerhalb der Faser.

Zone 2:

In der Zone 2 sind wie in =Dämpfung in der Faser infolge Normalspannung Typ 1= Sprünge in der Detektorspannung zu erkennen. Mit Sicherheit liegt die Faser an der Oberfläche des Ringes nun an und erleidet Dämpfung durch Normalspannung. Der Schlupf auf der Ringoberfläche bewirkt zwischenzeitliche Entlastung und damit die bekannten Sprünge.

Zone 3:

Die Faser liegt nun vollständig und homogen auf der Ringoberfläche auf, erleidet jetzt Dämpfung durch Normalspannung und nur noch leichte Sprünge infolge Schlupf. Die Messwerte in Zone 3 wurden linear regressiert. Die dazugehörige Berechnungsgrundlage ist ermittelt worden mit:

$$U [V] = 6,192 - 0,03954 \cdot T [^{\circ}C]$$

Diese Funktion bezieht sich mit absoluten Temperaturangaben und wurden umgewandelt in relative Messwerte ΔT :

$$U [V] = 4,650 - 0,03954 \cdot \Delta T$$

Damit ist der Temperaturgradient der Faser ermittelt mit:

$$\frac{dU}{dT} = -39,54 \cdot 10^{-3} \left[\frac{V}{K} \right]$$

\Rightarrow

$$\frac{dU}{dT} = -39,54 \left[\frac{mV}{K} \right]$$

L^AT_EX 2_ε

